

**ОПШТИНСКИ НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНИТЕ
УЧИЛИШТА 2021**

20.И-2021

ЗАДАЧИ

Прва година/ А група

Избери еден од понудените одговори или внеси цел ненегативен број (без мерна единица).

Следните три задачи се бодуваат со 3 поени.

1. При делење на природниот број x со 8 се добива остаток 3. Колку изнесува остатокот при делење на $3x$ со 8?

Одговор: 1

2. Која е првата цифра на најмалиот природен број чиј збир на цифри е 2021?

Одговор: 5

3. Кој е татко на синот на таткото на таткото на Александар?

- А) братот на Александар
- Б) братучедот на Александар
- В) таткото на Александар
- Г) чичкото на Александар
- Д) дедото на Александар

Одговор: Д

Следните четири задачи се бодуваат со 4 поени.

4. Во полиција ги испрашуваат Атанас, Бранко и Владо. Само еден од нив ја зборува вистината и само еден од нив е крадецот.

Атанас рекол: „Јас не сум крадецот.“

Бранко рекол: „Атанас е крадецот.“

Владо рекол: „Јас не сум крадецот.“

Кој е крадецот?

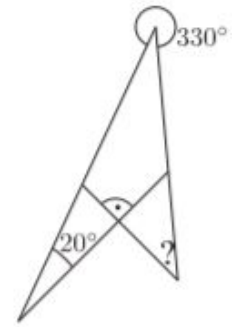
- А) Атанас
- Б) Бранко
- В) Владо
- Г) Атанас и Владо
- Д) Ниеден од тројцата

Одговор: В

5. Колку степени изнесува аголот означен со прашалник на сликата?

Одговорот внеси го без единицата мерка степен.

Одговор: 40



6. Кој/и од следните искази е точен:

p : „ $x = 1$ е решение на равенката $x = x^2$.“

q : „ $x = 3$ не е решение на неравенката $x + 2 > 5$.“

r : „ $x = 1$ не е решение на равенката $x + 1 = 2$.“

s : „ $x = -3$ е решение на равенката $x - \frac{x}{3} = 2$.“

А) Само p и q .

Б) Само p и r .

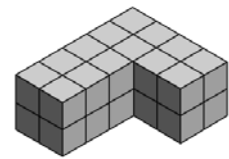
В) Само p .

Г) Само p , q и r .

Д) Само r и s .

Одговор: А

7. Плоштината на една мала коцка е $1,5 \text{ dm}^2$. На сликата е дадено тело составено од 28 такви мали коцки. Колку cm^2 изнесува плоштината на телото?



Одговор: 1600

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

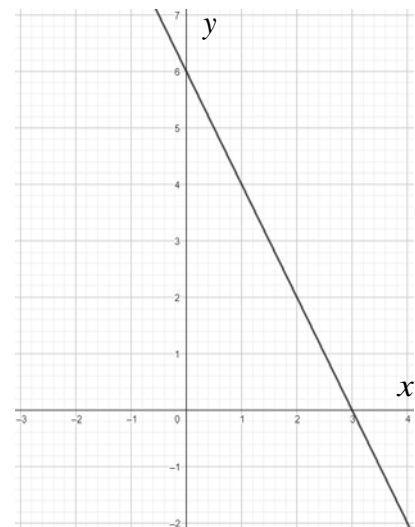
8. Даден е график на линеарна функција. Кој/и од следните искази е точен:

p : „Графикот на функцијата минува низ
точката $A(-2, 10)$.“

q : „Графикот на функцијата минува
низ точката $B(1, 1)$.“

r : „Графикот на функцијата е паралелен
со графикот на функцијата $y = 2x - 3$.“

s : „Графикот на функцијата е паралелен
со графикот на функцијата $y = -2x + 3$.“



А) Само p , q и s .

Б) Само s .

В) Само p и r .

Г) Само p и s .

Д) Ниеден од исказите.

Одговор: Г

9. Ако симболите ♥ и ▼ претставуваат различни природни броеви помали од 20 и за нив важи $♥ \times ♥ \times ♥ = ▼$, колку изнесува $▼ \times ▼$?

Одговор: 64

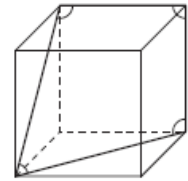
10. Во еден супермаркет има два реда спакувани колички една во друга (како на сликата). Во едниот ред има десет колички и редот е долг $2,9m$, а во вториот ред има дваесет колички и редот е долг $4,9m$. Колку dm е долга една количка?



Одговор: 11

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

11. На сликата е прикажана коцка во која се означени четири агли. Колку степени изнесува збирот на означените агли?



Одговор: 330

12. Тројца пејачи пеат една композиција составена од три идентични строфи. Секој пејач ја пее композицијата четири пати и престанува. Прв почнува првиот пејач, вториот пејач почнува кога првиот ја почнува втората строфа, а третиот пејач почнува кога првиот пејач ја почнува третата строфа. Нека $\frac{a}{b}$ е нескратлива дробка која го означува делот од вкупното време на настапот во кое сите три пејачи заедно пејат. Колку изнесува вредноста на изразот $(a^2 - 2a) - (b^2 - 10b)$?

Одговор: 36

13. Должината на страната AB во триаголникот ABC е 29cm . Должините на отсечките, од темињата A и B до тежиштето T се 20cm и 21cm соодветно. Колку cm^2 изнесува плоштината на триаголникот ABC ?

Одговор: 630

Следните четири задачи се бодуваат со 6 поени.

14. Одреди го збирот на природните броеви кои се решенија на неравенката $|2x - 5| + 3x \leq 4x - 1$.

Одговор: 9

15. Еден бокал, во облик на цилиндар со висина од 48cm и дијаметар на отворот од $2,8\text{dm}$, е полн со вода. Колку чаши со вода може целосно да се наполнат со водата од бокалот, ако чашите се цилиндрични со висина $2,2\text{dm}$ и дијаметар на отворот од 8cm ?

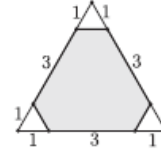
Одговор: 26

16. Одреди го бројот на елементи на множеството $(A \cap B) \setminus C$, каде што $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x - 6 > 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 24 - x \geq |x|\}$ и C е множеството од сите цели броеви, деливи со бројот 3.

Одговор: 6

17. Колку проценти од големиот триаголник се обоени?

Одговорот внеси го без знакот за процент.



Одговор: 88

Следните три задачи се бодуваат со 7 поени.

18. Колку треба да изнесува коефициентот A во следниот алгебарски рационален израз, за да вредноста на алгебарскиот израз не зависи од вредноста на променливата x ?

$$\frac{Ax}{x-1} - \frac{3x^2 + 2x + 1}{x^3 - 1} + \frac{x+1}{x^2 + x + 1}$$

Одговор: 2

19. Напишана е низата непарни природни броеви 13579111315171921... Која цифра се наоѓа на 2021-вото место?

Одговор: 7

20. Во 2023 година, Мина ќе има онолку години колку што изнесува збирот на цифрите на годината на нејзиното раѓање. Знаејќи дека Мина е родена во овој век, најди ја годината на нејзино раѓање.

Одговор: 2015

Прва година/ Б група

Избери еден од понудените одговори или внеси цел ненегативен број (без мерна единица).

Следните три задачи се бодуваат со 3 поени.

1. При делење на природниот број x со 8 се добива остаток 3. Колку изнесува остатокот при делење на $3x$ со 8?

Одговор: 1

2. Која е првата цифра на најмалиот природен број чиј збир на цифри е 2021?

Одговор: 5

3. Кој е татко на синот на таткото на таткото на Александар?

- А) братот на Александар
- Б) братучедот на Александар
- В) таткото на Александар
- Г) чичкото на Александар
- Д) дедото на Александар

Одговор: Д

Следните четири задачи се бодуваат со 4 поени.

4. Во полиција ги испрашуваат Атанас, Бранко и Владо. Само еден од нив ја зборува вистината и само еден од нив е крадецот.

Атанас рекол: „Јас не сум крадецот.“

Бранко рекол: „Атанас е крадецот.“

Владо рекол: „Јас не сум крадецот.“

Кој е крадецот?

- А) Атанас
- Б) Бранко
- В) Владо
- Г) Атанас и Владо
- Д) Ниеден од тројцата

Одговор: В

5. Колку степени изнесува аголот означен со прашалник на сликата?

Одговорот внеси го без единицата мерка степен.

Одговор: 40

6. Кој/и од следните искази е точен:

p : „ $x = 1$ е решение на равенката $x = x^2$.“

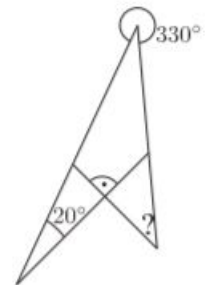
q : „ $x = 3$ не е решение на неравенката $x + 2 > 5$.“

r : „ $x = 1$ не е решение на равенката $x + 1 = 2$.“

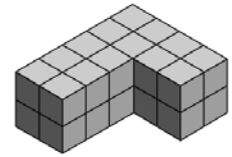
s : „ $x = -3$ е решение на равенката $x - \frac{x}{3} = 2$.“

- А) Само p и q .
- Б) Само p и r .
- В) Само p .
- Г) Само p , q и r .
- Д) Само r и s .

Одговор: А



7. Плоштината на една мала коцка е $1,5\text{dm}^2$. На сликата е дадено тело составено од 28 такви мали коцки. Колку cm^2 изнесува плоштината на телото?

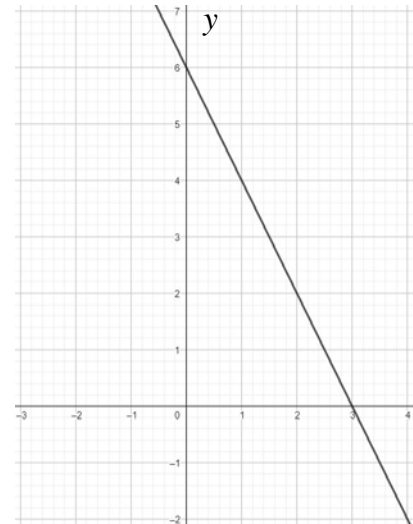


Одговор: 1600

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

8. Даден е график на линеарна функција. Кој/и од следните искази е точен:

- p : „Графикот на функцијата минува низ точката $A(-2,10)$.“
 q : „Графикот на функцијата минува низ точката $B(1,1)$.“
 r : „Графикот на функцијата е паралелен со графикот на функцијата $y = 2x - 3$.“
 s : „Графикот на функцијата е паралелен со графикот на функцијата $y = -2x + 3$.“



- A) Само p , q и s .
 Б) Само s .
 В) Само p и r .
 Г) Само p и s .
 Д) Ниеден од исказите.

Одговор: Г

9. Ако симболите \heartsuit и \blacktriangledown претставуваат различни природни броеви помали од 20 и за нив важи $\heartsuit \times \heartsuit \times \heartsuit = \blacktriangledown$, колку изнесува $\blacktriangledown \times \blacktriangledown$?

Одговор: 64

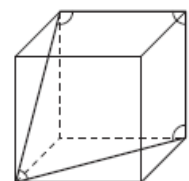
10. Во еден супермаркет има два реда спакувани колички една во друга (како на сликата). Во едниот ред има десет колички и редот е долг $2,9\text{m}$, а во вториот ред има дваесет колички и редот е долг $4,9\text{m}$. Колку dm е долга една количка?



Одговор: 11

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

11. На сликата е прикажана коцка во која се означени четири агли. Колку степени изнесува збирот на означените агли?



Одговор: 330

12. Тројца пејачи пеат една композиција составена од три идентични строфи. Секој пејач ја пее композицијата четири пати и престанува. Прв почнува првиот пејач, вториот пејач почнува кога првиот ја почнува втората строфа, а третиот пејач почнува кога првиот пејач ја почнува третата строфа. Нека $\frac{a}{b}$ е нескратлива дробка која го означува делот од вкупното време на настапот во кое сите три пејачи заедно пејат. Колку изнесува вредноста на изразот $(a^2 - 2a) - (b^2 - 10b)$?

Одговор: 36

13. Должината на страната AB во триаголникот ABC е 29 cm. Должините на отсечките, од темињата A и B до тежиштето T се 20 cm и 21 cm соодветно. Колку cm^2 изнесува плоштината на триаголникот ABC ?

Одговор: 630

Следните четири задачи се бодуваат со 6 поени.

14. Нека (x, y) е решение на системот

$$\begin{cases} x - 4y = 8 \\ 3x - 2y + 6 = 0 \end{cases}$$

Пресметај ја апсолутната вредност на изразот $(x - y)^2 - (x + y)^2$.

Одговор: 48

15. Волуменот на една коцка е еднаков на волуменот на еден квадар со димензии 4 dm, 10 cm и 0,2 m. Колку cm^2 е плоштината на коцката?

Одговор: 2400

16. Доведи го изразот

$$\frac{\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}$$

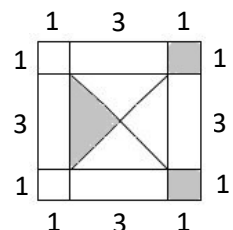
до нескратлива дробка од облик $\frac{a}{b}$. Колку изнесува збирот $a + b$?

Одговор: 23

17. Колку проценти од големиот квадрат не се обоени?

Одговорот внеси го без знакот за процент.

Одговор: 83



Следните три задачи се бодуваат со 7 поени.

18. Професорката по математика решила да ги награди 5-те најдобри ученици на полугодишниот тест. Донела кутија со крем банани. Ученикот А земал половина од крем бананите во кутијата и половина крем бананче. Ученикот Б земал половина од останатите крем банани во кутијата и уште половина крем бананче. Истото го направиле и учениците В, Г и Д редоследно. Откако ученикот Д земал крем банани на овој начин, кутијата останала празна. Колку крем банани имало во неа?

Одговор: 31

19. Напишана е низата непарни природни броеви 13579111315171921... Која цифра се наоѓа на 2021-вото место?

Одговор: 7

20. Во 2023 година, Мина ќе има онолку години колку што изнесува збирот на цифрите на годината на нејзиното раѓање. Знаејќи дека Мина е родена во овој век, најди ја годината на нејзино раѓање.

Одговор: 2015

Втора година / А група

Се избира еден од понудените одговори.

Следните три задачи се бодуваат со 3 поени

1. Камелија го исклучила нејзиниот компјутер во петок во 17:00 часот. До тој момент компјутерот работел точно 100 часови. Кога Камелија го вклучила компјутерот?

- А понеделник 13:00 часот
- Б понеделник 15:00 часот
- В понеделник 17:00 часот
- Г вторник 15:00 часот
- Д друго време

Решение. А

2. Цифрата на единиците на бројот $(125^{2021} + 1)^{2021}$ е?

- А 5
- Б 1
- В 0
- Г 6
- Д друга цифра

Решение. Г

3. Какви корени има квадратна равенка ако за нив важи $x_1 + x_2 = 88$ и $x_1 x_2 = 2021$?

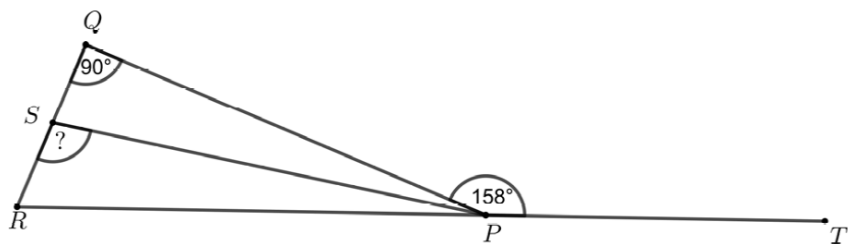
- А два реални позитивни
- Б два реални негативни
- В еден позитивен и еден негативен реален
- Г еден реален
- Д два комплексни

Решение. Д

Следните четири задачи се бодуваат со 4 поени

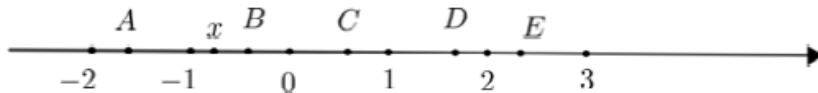
4. На цртежот $\angle PQR = 90^\circ$, $\angle QPT = 158^\circ$ и $\angle RPS = \angle QPS$. Колку е $\angle PSR$?

- А 101°
- Б 79°
- В 90°
- Г 81°
- Д 158°



Решение. А

5. На реалната права се означени броевите A, x, B, C, D и E , како на цртежот. Кој од означените броеви A, x, B, C, D и E на реалната права е најблиску до вредноста на x^2 ?



- А А
- Б В
- В С
- Г D
- Д E

Решение. В

6. Колку нули на крајот има во записот на бројот што е еднаков на производот на 20^{50} и 50^{20} ?

- А 50
- Б 20
- В 90
- Г 70
- Д нема ни една

Решение. В

7. За колку природни броеви n важат неравенствата $\frac{1}{n+1} < 0,2021$ и $0,2021 < \frac{1}{n}$?

- А 0
- Б 1
- В 2
- Г 4
- Д 2021

Решение. Б

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени

8. Ако симболите \heartsuit и \blacktriangledown претставуваат различни природни броеви помали од 20 и за нив важи $\heartsuit \times \heartsuit \times \heartsuit = \blacktriangledown$, колку изнесува $\blacktriangledown \times \blacktriangledown$?

- А 1
- Б 4
- В 8
- Г 16
- Д 64

Решение. Д

9. Нека збирот на трицифрените броеви \overline{abc} и \overline{def} е 1000, при што ниту една од цифрите a , b , c , d , e , f не е нула. Колку е збирот $a + b + c + d + e + f$?

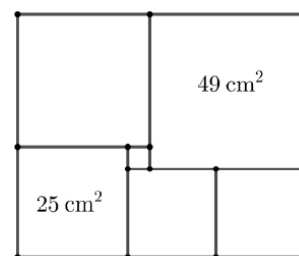
- А 10
- Б 20
- В 28
- Г 30
- Д 30

Решение. В

10. Правоаголникот на цртежот е поделен на 6 квадрати. Плоштините на два од квадратите се дадени на цртежот. Колкава е плоштината на дадениот правоаголник?

- А 74 cm^2
- Б 100 cm^2
- В 121 cm^2
- Г 143 cm^2
- Д 153 cm^2

Решение. Г



Во следните задачи се внесува бројна вредност (ненегативен цел број) без единица мерка.

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени

11. Ако $f(x) = ax + b$ и $f(f(f(x))) = 8x + 21$, колку е $a + b$?

Одговор. 5

12. Ако системот
$$\begin{cases} \frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 8 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{q} = 38 \end{cases}$$
 има решение $(x, y) = (2, -4)$, колку е $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$?

Одговор. 32

13. Откако ќе се помножат изразите $3 + 6x + x^2$ и $1 + mx + m^2x^2$ се добива израз (полином) во кој коефициентот пред x^2 е 1. Најди ја апсолутната вредност на збирот на сите вредности на m .

Одговор. 2

Следните четири задачи се бодуваат со 6 поени

14. Во 2023 година, Мина ќе има онолку години колку што изнесува збирот на цифрите на годината на нејзиното раѓање. Знаејќи дека Мина е родена во овој век, најди ја годината на нејзино раѓање.

Одговор. 2015

15. За комплексниот број z со имагинарен дел 12 и природниот број n важи $\frac{z-n}{z+2n} = 2i$. Колку изнесува реалниот дел на комплексниот број $z + 2n$?

Одговор. 6

16. Нека за некои агли x и y важи

$$\begin{aligned} \sin^2 x + \cos^2 y &= \frac{3}{2}a \\ \cos^2 x + \sin^2 y &= \frac{1}{2}a^2 \end{aligned}$$

Најди ги сите вредности на a .

Одговор. 1

17. Ако $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c} = 0$, $abc \neq 0$, најди ја вредноста на $\frac{(a+b+c)^3}{abc}$.

Одговор. 27

Следните три задачи се бодуваат со 7 поени

18. Ако $a + 2b + c \leq 50$ и $a = 13b$, каде што a, b и c се природни броеви, бројот на тројките (a, b, c) за кои важат двата услови е:

Одговор. 60

19. Која е најголемата целобројна вредност на параметарот k , за која равенката $(k+3)x^2 + 2kx + k - 2 = 0$ има два различни негативни реални корени.

Одговор. 5

20. Триаголникот ABC е рамнокрак со основа $\overline{BC} = 65$ cm. Нека D е точка од основата BC и нека DP и DQ се нормали спуштени кон краците AB и AC , соодветно, при што P и Q лежат на краците и $\overline{DP} = 24$ cm и $\overline{DQ} = 36$ cm. Колку изнесува плоштината на триаголникот ABC изразена во cm^2 ?

Одговор. 2535

Втора година / Б група

Се избира еден од понудените одговори.

Следните три задачи се бодуваат со 3 поени

1. Камелија го исклучила нејзиниот компјутер во петок во 17:00 часот. До тој момент компјутерот работел точно 100 часови. Кога Камелија го вклучила компјутерот?

А понеделник 13:00 часот

Б понеделник 15:00 часот

В понеделник 17:00 часот

Г вторник 15:00 часот

Д друго време

Решение. А

2. Цифрата на единиците на бројот $(125^{2021} + 1)^{2021}$ е?

А 5

Б 1

В 0

Г 6

Д друга цифра

Решение. Г

3. Какви корени има квадратна равенка ако за нив важи $x_1 + x_2 = 88$ и $x_1 x_2 = 2021$?

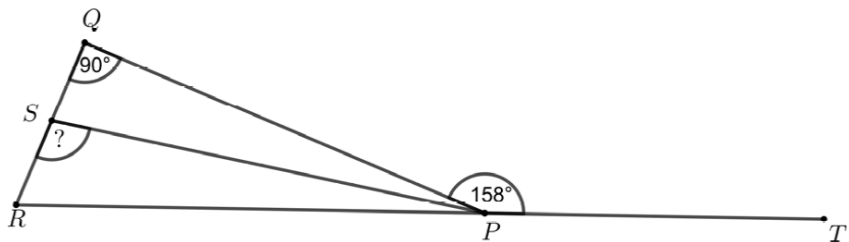
- А два реални позитивни
- Б два реални негативни
- В еден позитивен и еден негативен реален
- Г еден реален
- Д два комплексни

Решение. Д

Следните четири задачи се бодуваат со 4 поени

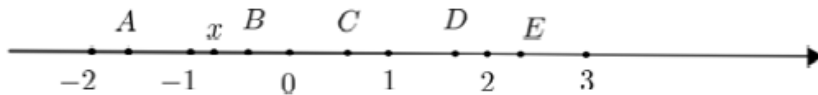
4. На цртежот $\angle PQR = 90^\circ$, $\angle QPT = 158^\circ$ и $\angle RPS = \angle QPS$. Колку е $\angle PSR$?

- А 101°
- Б 79°
- В 90°
- Г 81°
- Д 158°



Решение. А

5. На реалната права се означени броевите A, x, B, C, D и E , како на цртежот. Кој од означените броеви A, x, B, C, D и E на реалната права е најблиску до вредноста на x^2 ?



- А А
- Б В
- В С
- Г D
- Д E

Решение. В

6. Колку нули на крајот има во записот на бројот што е еднаков на производот на 20^{50} и 50^{20} ?

- А 50
- Б 20
- В 90
- Г 70
- Д нема ниедна

Решение. В

7. За колку природни броеви n важат неравенствата $\frac{1}{n+1} < 0,2021$ и $0,2021 < \frac{1}{n}$?

- А 0
- Б 1
- В 2
- Г 4
- Д 2021

Решение. Б

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени

8. Ако симболите \heartsuit и \blacktriangledown претставуваат различни природни броеви помали од 20 и за нив важи $\heartsuit \times \heartsuit \times \heartsuit = \blacktriangledown$, колку изнесува $\blacktriangledown \times \blacktriangledown$?

- А 1
- Б 4
- В 8
- Г 16
- Д 64

Решение. Д

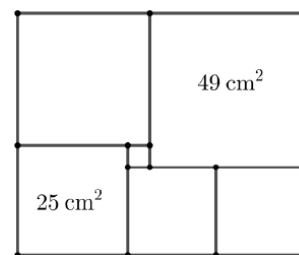
9. Нека збирот на трицифрените броеви \overline{abc} и \overline{def} е 1000, при што ниту една од цифрите a , b , c , d , e , f не е нула. Колку е збирот $a + b + c + d + e + f$?

- А 10
- Б 20
- В 28
- Г 30
- Д 30

Решение. В

10. Правоаголникот на цртежот е поделен на 6 квадрати. Плоштините на два од квадратите се дадени на цртежот. Колкава е плоштината на дадениот правоаголник?

- А 74 cm^2
- Б 100 cm^2
- В 121 cm^2
- Г 143 cm^2
- Д 153 cm^2



Решение. Г

Во следните задачи се внесува бројна вредност (ненегативен цел број) без единица мерка.

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени

11. Ако $f(x) = ax + b$ и $f(f(f(x))) = 8x + 21$, колку е $a + b$?

Одговор. 5

12. Ако системот
$$\begin{cases} \frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 8 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{q} = 38 \end{cases}$$
 има решение $(x, y) = (2, -4)$, колку е $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$?

Одговор. 32

13. Откако ќе се помножат изразите $3 + 6x + x^2$ и $1 + tx + t^2x^2$ се добива израз (полином) во кој коефициентот пред x^2 е 1. Најди ја апсолутната вредност на збирот на сите вредности на t .

Одговор. 2

Следните четири задачи се бодуваат со 6 поени

14. Во 2023 година, Мина ќе има онолку години колку што изнесува збирот на цифрите на годината на нејзиното раѓање. Знаејќи дека Мина е родена во овој век, најди ја годината на нејзино раѓање.

Одговор. 2015

15. Ако двата корени на равенката $x^2 - 85x + c = 0$ се прости броеви, која е вредноста на сумата на цифрите на c ?

Одговор. 13

16. Најди го најмалиот цел број x што ја задоволува неравенката

$$20\frac{4}{15}x - 25\frac{7}{18} > 42\frac{11}{18} + 3\frac{4}{15}x.$$

Одговор. 5

17. Нека е даден правоаголник $ABCD$ така што $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 3$. Дијагоналата AC е поделена со точките E и F на три еднакви делови (E е поблиска до A , а F до C). Пресметај ја плоштината на четириаголникот $BFDE$.

Одговор. 5

Следните три задачи се бодуваат со 7 поени

18. Ако $a + 2b + c \leq 50$ и $a = 13b$, каде што a, b и c се природни броеви, бројот на тројките (a, b, c) за кои важат двата услови е:

Одговор. 60

19. Реши го системот

$$\begin{cases} \frac{y-2}{x-1} + 1 = 2(y-2) \\ \frac{2}{x-1} - \frac{1}{y-2} = 1 \end{cases} .$$

Колку е $x + y$?

Одговор. 5

20. Нека $ABCD$ е квадрат со страна $a = 63\text{cm}$. Точките E, F, G и H се на страните AB, BC, CD и DA , соодветно. E ја дели страната AB во однос $1:2$, F ја дели страната BC во однос $2:3$, G ја дели страната CD во однос $3:4$ и H ја дели страната DA во однос $4:5$. Колкава е плоштината на четириаголникот $EFGH$ изразена во cm^2 ?

Одговор. 2058

Трета година/А група

Забелешка. Им благодариме на сите кои ги открија грешките. Во овој текст се внесени потребите корекции. На оние задачи каде постоеше проблем, комисијата ги доделува сите поени на натпреварувачите.

Изберете еден од понудените одговори.

Следните три задачи се бодуваат со 3 поени.

1. Кој од изразите има позитивна вредност?

А) $\sqrt{2} - \sqrt[3]{3}$

Б) $\log_2 \frac{1}{2}$

В) $\sqrt{(-6)^2}$

Г) $-16^{\frac{1}{4}}$

Д) 0

Одговор. В

2. Во еден аквариум има 200 риби од кои 2% се сини, а останатите се жолти. Колку жолти риби треба да додадеме во аквариумот така да 1% од рибите да се сини?

- A) 100
- B) 104
- B) 200
- Г) 204
- Д) 196

Одговор. В

3. Ако на производот на три последователни непарни броеви го додадеме двојниот збир на броевите и го одземеме кубот на средниот по големина број ќе се добие бројот -48 . Колкав е збирот на тие броеви?

- A) друг одговор
- B) 23
- B) 30
- Г) 32
- Д) 19

Одговор. А

Следните четири задачи се бодуваат со 4 поени.

4. Одреди ја апсолутната вредност на збирот на сите целобројни вредности на променливата

$$x \text{ за кои важи } \frac{1}{9} < \left(\frac{1}{3}\right)^x < 27.$$

- A) 0
- B) 1
- B) 2
- Г) 3
- Д) -2

Одговор. В

5. Ако $2^x = 5$ и $10^y = 1024$, да се пресмета $(x+1) \cdot y$.

- A) 0
- B) 2
- B) 5
- Г) 6
- Д) 10

Одговор. Д

6. Нека $f(x) = ax^2 + bx + c$ е квадратна функција со теме во точката (1,1) и која минува низ точката $(-1, -3)$. Кое од следните тврдења мора да е точно?

- A) $a > 0$
- Б) $a < 0$
- В) $b = 0$
- Г) $c = 0$
- Д) $D = 0$

Одговор. Б

7. Последната цифра на бројот $3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2021}$ е:

- A) 1
- Б) 3
- В) 7
- Г) 9
- Д) 5

Одговор. Б

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

8. Два триаголника се слични. Страните на првиот триаголник се 3, 4 и 5. Најголемата страна на нему сличниот триаголник е 10. Плоштината на вториот триаголник е:

- A) 24
- Б) 3
- В) 48
- Г) 12
- Д) 6

Одговор. А

9. Колку осумцифрени броеви можат да се состават само со цифрите 1,3,5 така што секои две соседни цифри се разликуваат за 2?

- A) 8!
- Б) 30
- В) 16
- Г) 32
- Д) 20

Одговор. Г

10. Одреди го производот на сите реални броеви a за кои параболата $f(x) = 2x^2 + ax + 5x + 7$ ја допира x – оската.

- A) 23
- Б) -31
- В) 10
- Г) -10
- Д) 1

Одговор. Б

Во следните задачи внесете го решението како цел ненегативен број (без единица мерка).

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

11. Дадени се броевите 0, 4, 10, -3 и 1. Одреди го збирот на оние броеви од зададените кои може да се вредности на функцијата $f(x) = x^2 - 2x + 5$?

Одговор. 14

12. Ако $\alpha = 30^\circ$, вредноста на изразот $A = \frac{\cos \alpha - \cos(\alpha + 15^\circ)}{\cos 2\alpha}$ се добива во облик $a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$. Пресметај ја вредноста $a^2 + b^2$.

Одговор. 2

13. Пресметај ја вредноста на изразот $3A$, ако $A = \frac{3 \sin x \cdot \cos x}{9 \sin^2 x - \cos^2 x}$ и $\operatorname{tg} x = \frac{2}{3}$.

Одговор. 2

Следните четири задачи се бодуваат со 6 поени.

14. Решенијата на равенката $27 \cdot x^{\log_{27} x} = \sqrt[3]{x^{10}}$ се во облик $x = 3^p$, за p природен број. Која е најголемата вредност на p која се јавува како степен на тројката во решенијата на равенката.

Одговор. 9

15. Да се пресмета односот $P_1 : P_2$, ако P_1 и P_2 се соодветните плоштини на опишаниот и впишаниот круг на даден квадрат.

Одговор. 2

16. Должините на катетите на правоаголен триаголник се 9 и 12. Ако r и R се радиусот на впишаната и на опишаната кружница соодветно, тогаш збирот $r + R$ се добива во облик на нескратлива дробка $\frac{a}{b}$. Пресметај ја разликата $a - b$.

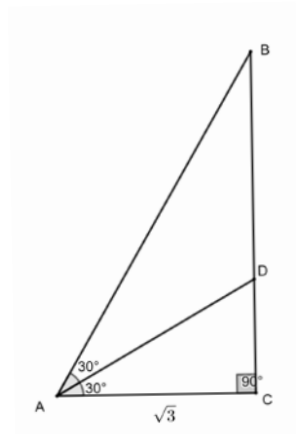
Одговор. 19

17. Нека $a_0 = 1$, $a_{n+1} = a_n + 5^{a_n}$, $n \in \mathbb{N}$. Колкав е остатокот при делење на a_{2021} со 4?

Одговор. 2

Следните три задачи се бодуваат со 7 поени.

18. Даден е правоаголен триаголник ABC како на цртежот. Одреди ја должината \overline{BD} .



Одговор. 2

19. Вредноста на изразот $(\log_2 5 + \log_4 25 + \log_8 125 + \dots + \log_{2^n} 5^n) \cdot \log_5 \sqrt[n]{16}$ изнесува:

Одговор. 4

20. Да се најде вредноста $5 \sin x \sin y$ ако $\begin{cases} 2^{\sin x} \cdot 2^{\cos y} = 1 \\ 4^{\sin^2 x} \cdot 4^{\cos^2 y} = 16 \end{cases}$.

Одговор. 5

Трета година/Б група

Забелешка. Им благодариме на сите кои ги открија грешките. Во овој текст се внесени потребите корекции. На оние задачи каде постоеше проблем, комисијата ги доделува сите поени на натпреварувачите.

Изберете еден од понудените одговори.

Следните три задачи се бодуваат со 3 поени.

1. Кој од изразите има позитивна вредност?

A) $\sqrt{2} - \sqrt[3]{3}$

Б) $\log_2 \frac{1}{2}$

В) $\sqrt{(-6)^2}$

Г) $-16^{\frac{1}{4}}$

Д) 0

Одговор. В

2. Во еден аквариум има 200 риби од кои 2% се сини, а останатите се жолти. Колку жолти риби треба да додадеме во аквариумот така да 1% од рибите да се сини?

- A) 100
- B) 104
- B) 200
- Г) 204
- Д) 196

Одговор. В

3. Ако на производот на три последователни непарни броеви го додадеме двојниот збир на броевите и го одземеме кубот на средниот по големина број ќе се добие бројот -48 . Колкав е збирот на тие броеви?

- A) друг одговор
- B) 23
- B) 30
- Г) 32
- Д) 19

Одговор. А

Следните четири задачи се бодуваат со 4 поени.

4. Одреди ја апсолутната вредност на збирот на сите целобројни вредности на променливата

x за кои важи $\frac{1}{9} < \left(\frac{1}{3}\right)^x < 27$.

- A) 0
- B) 1
- B) 2
- Г) 3
- Д) -2

Одговор. В

5. Ако $2^x = 5$ и $10^y = 1024$, да се пресмета $(x+1) \cdot y$.

- A) 0
- B) 2
- B) 5
- Г) 6
- Д) 10

Одговор. Д

6. Нека $f(x) = ax^2 + bx + c$ е квадратна функција со теме во точката $(1,1)$ и која минува низ точката $(-1,-3)$. Кое од следните тврдења мора да е точно?

- A) $a > 0$
- B) $a < 0$
- B) $b = 0$
- Г) $c = 0$
- Д) $D = 0$

Одговор. Б

7. Последната цифра на бројот $3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2021}$ е:

- A) 1
- B) 3
- B) 7
- Г) 9
- Д) 5

Одговор. Б

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

8. Два триаголника се слични. Страните на првиот триаголник се 3, 4 и 5. Најголемата страна на нему сличниот триаголник е 10. Плоштината на вториот триаголник е:

- A) 24
- B) 3
- B) 48
- Г) 12
- Д) 6

Одговор. А

9. Колку осумцифрени броеви можат да се состават само со цифрите 1,3,5 така што секои две соседни цифри се разликуваат за 2?

- A) 8!
- B) 30
- B) 16
- Г) 32
- Д) 20

Одговор. Г

10. Одреди го производот на сите реални броеви a за кои параболата $f(x) = 2x^2 + ax + 5x + 7$ ја допира x -оската.

- A) 23
- B) -31
- B) 10
- Г) -10
- Д) 1

Одговор. Б

Во следните задачи внесете го решението како цел ненегативен број (без единица мерка).

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

11. Дадени се броевите 0, 4, 10, -3 и 1. Одреди го збирот на оние броеви од зададените кои може да се вредности на функцијата $f(x) = x^2 - 2x + 5$?

Одговор. 14

12. Ако $\alpha = 30^\circ$, вредноста на изразот $A = \frac{\cos \alpha - \cos(\alpha + 15^\circ)}{\cos 2\alpha}$ се добива во облик $a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$.

Пресметај ја вредноста $a^2 + b^2$.

Одговор. 2

13. Плоштината на еден правоаголник е 60 квадратни единици. Да се најде должината на дијагоналата на правоаголникот ако се знае дека едната страна е за 7 подолга од другата.

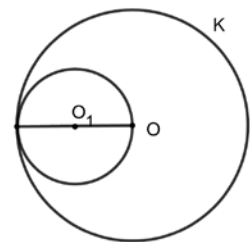
Одговор. 13

Следните четири задачи се бодуваат со 6 поени

14. Внеси го квадратот на бројот x кој е решение на равенката $5^{x-2} \cdot 8^{\frac{4x-12}{3}} = 20^{6-x}$.

Одговор. 16

15. Дадени се две кружници како на цртежот. Помалиот круг има плоштина 4. Колку изнесува е плоштината на поголемиот круг?



Одговор .16

16. Две цевки заедно полнат базен за 6 часа. Ако само од првата цевка се наполнат $\frac{3}{5}$ од базенот, а потоа базенот се дополнува само од втората цевка, тогаш се потребни 12 часа за целосно да се наполни. Колку време и е потребно на „побрзата“ цевка (цевката која побрзо самостојно го полни базенот) сама да го наполни?

Одговор. 10

17. Должините на катетите на правоаголен триаголник се 9 и 12. Ако r и R се радиусот на впишаната и на опишаната кружница соодветно, тогаш збирот $r + R$ се добива во облик на нескратлива дробка $\frac{a}{b}$. Пресметај ја разликата $a - b$.

Одговор. 19

Следните три задачи се бодуваат со 7 поени.

18. Даден е правоаголен триаголник ABC како на цртежот. Одреди ја должината \overline{BD} .

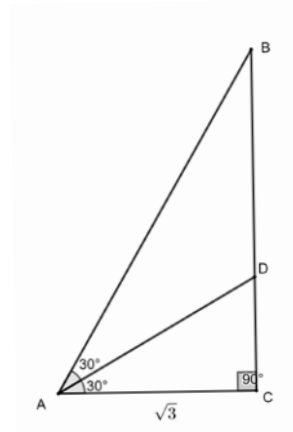
Одговор. 2

19. Вредноста на изразот $(\log_2 5 + \log_4 25 + \log_8 125 + \dots + \log_{2^n} 5^n) \cdot \log_5 \sqrt[n]{16}$ изнесува:

Одговор. 4

20. Да се определи вредноста на $\cos(x - y)$ ако се знае дека $\sin x + \sin y = \sqrt{3}$ и $\cos x + \cos y = 1$.

Одговор. 1



Четврта година/A група

Изберете еден од понудените одговори.

Следните три задачи се бодуваат со 3 поени.

1. Ако $x + y = 4$ и $x^3 + y^3 = 28$, тогаш xy изнесува:

- A. -2
- B. 3
- C. $\frac{9}{2}$
- D. 7
- E. 9

Одговор. Б

2. Во низата дадена подолу, најди го вториот број во шестата група:
(1), (2,4), (8,16,32), ...

- A. 2^{14}
- B. 2^{15}
- C. 2^{16}
- D. 2^{17}
- E. 2^{18}

Одговор. В

3. Марија измислила низа од броеви согласно следното правило: секој нареден член е 7 пати поголем од збирот на цифрите на претходниот. Првите три члена кои ги напишала се: 13, 28, 70. Кој е стотиот член на оваа низа?

- A. 13
- B. 28
- B. 49
- Г. 70
- Д. 91

Одговор. В

Следните четири задачи се бодуваат со 4 поени.

4. Во Земјата на змејовите секој змеј има барем 3 глави. Змејовите што имаат парен број глави секогаш зборуваат вистина, а оние со непарен број глави секогаш лажат. Ја прашале една група од четири змеја, колку вкупно глави имаат? Тие одговориле поединечно: 13, 15, 16 и 20. Кој од следниве броеви е можниот вкупен број на глави на змејови кои лажат во оваа четворочлена група?

- A. 7
- B. 10
- B. 14
- Г. 16
- Д. 20

Одговор. В

5. Ако $\frac{\frac{1}{e^x} + \frac{1}{e^y}}{\frac{1}{e^x} - \frac{1}{e^y}} = 2021$, тогаш $\frac{e^x}{e^y}$ е еднакво на:

- A. $\ln \frac{1011}{1010}$
- B. $\ln \frac{1010}{1011}$
- B. $\frac{1}{2020} - \frac{1}{2022}$
- Г. $\frac{1011}{1010}$
- Д. $\frac{1010}{1011}$

Одговор. Д

6. Нека $f_1(x) = \frac{x}{x+1}$ и $f_{n+1}(x) = f_1(f_n(x))$, за $n = 1, 2, 3, \dots$. Со кој од следниве изрази е претставена функцијата $f_n(n)$?

A. $\frac{1-n^2}{1+n^2}$

Б. $\frac{1}{1+n^2}$

В. $\frac{n^n}{(1+n)^n}$

Г. $\frac{n}{1+n^2}$

Д. $\frac{1}{1+n}$

Одговор. Г

7. На сликата, отсечката АЕ е поделена на четири еднакви делови. Конструирани се полукружници со дијаметри АЕ, АД и ДЕ како на сликата, при што се формираат два пата помеѓу точките А и Е. Колкав е соодносот на должините на горниот и долниот пат?

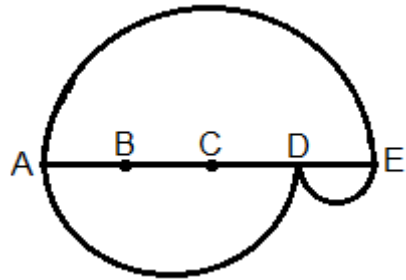
A. 1:1

Б. 1:2

В. 2:1

Г. 2:3

Д. 3:2



Одговор. А

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

8. Едно множество се состои од броеви од облик $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|}$, каде a и b се ненулти реални броеви. Множеството од сите вакви броеви е:

A. $\{-3, -1, 1, 3\}$

Б. $\{-3, -1, 3\}$

В. $\{-1, 3\}$

Г. $\{1, 3\}$

Д. сите реални броеви

Одговор. В

9. Ако $\left(\frac{1}{4}\right)^a = \frac{1}{5}$, $\left(\frac{1}{5}\right)^b = \frac{1}{6}$, $\left(\frac{1}{6}\right)^c = \frac{1}{7}$, $\left(\frac{1}{7}\right)^d = \frac{1}{8}$, најди го производот $abcd$.

A. $\frac{3}{2}$

Б. $\frac{4}{3}$

В. $\frac{7}{10}$

Г. $\frac{1}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}$

Д. $\frac{1}{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}$

Одговор. А

10. Кој е најмалиот број на луѓе, избрани на случаен начин, кој може да гарантира дека 3 од нив се познаваат или 3 од нив не се познаваат меѓусебно?

A) 3

Б) 4

В) 5

Г) 6

Д) 7

Одговор. Г

Во следните задачи внесете го одговорот (ненегативен цел број без единица мерка)

Следните 3 задачи се бодуваат со 5 поени.

11. Ако точката $M(a,b)$ лежи на правата $2x + y - 6 = 0$ и е подеднакво оддалечена од точките $A(3,5)$ и $B(2,6)$, тогаш $a + b$ изнесува

Одговор. 5

12. Нека p е веројатноста произволен број од множеството $\{1,2,\dots,100\}$ да е делив со 2 но да не е делив со 3. Пресметај $50 \cdot p$.

Одговор. 17

13. Реалниот број $\sqrt{19 - 8\sqrt{3}}$ може да се изрази во облик $a + b\sqrt{3}$, каде што a и b се цели броеви и a е позитивен. Колку изнесува $a + b$?

Одговор. 3

Следните 3 задачи се бодуваат со 6 поени.

14. Нека a, b, c се реални броеви и нека $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ е функција зададена со формулата

$$f(x) = ax^5 + bx^3 + c \sin(x) - 1$$

Ако $f(-2021) = -2021$, пресметај $f(2021)$.

Одговор. 2019

15. Одреди го најмалиот природен број n така што $\frac{12!}{n}$ е квадрат на природен број.

Одговор. 231

16. Збирот на првите n членови на низата $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ изнесува $n^2 + 3n + 4$. Колку изнесува збирот $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{21}$?

Одговор. 264

17. Колкав е најголемиот можен број на пресечни точки помеѓу дијагоналите на конвексен 14-аголник?

Одговор. 1001

Следните три задачи се бодуваат со 7 поени.

18. Коефициентот пред x^9 во полиномот $(x+2)(x+2^2)(x+2^3)\dots(x+2^{10})$ изнесува:

Одговор. 2046

19. Колку изнесува должината на интервалот во кој се наоѓаат вредностите на изразот $4\sin x - 3\cos x$?

Одговор. 10

20. Колку изнесува коефициентот на правец на тангентата на кружницата $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 19 = 0$, која е повлечена во точката од кружницата која е најблиску до координатниот почеток?

Одговор. 2

Четврта година/ Б група

Изберете еден од понудените одговори.

Следните три задачи се бодуваат со 3 поени.

1. Ако $x + y = 4$ и $x^3 + y^3 = 28$, тогаш xy изнесува:

- A. -2
- B. 3
- C. $\frac{9}{2}$
- D. 7
- E. 9

Одговор. Б

2. Во низата дадена подолу, најди го вториот број во шестата група:
(1), (2,4), (8,16,32), ...

- A. 2^{14}
- B. 2^{15}
- C. 2^{16}
- D. 2^{17}
- E. 2^{18}

Одговор. В

3. Марија измислила низа од броеви согласно следното правило: секој нареден член е 7 пати поголем од збирот на цифрите на претходниот. Првите три члена кои ги напишала се: 13, 28, 70. Кој е стотиот член на оваа низа?

- A. 13
- B. 28
- C. 49
- D. 70
- E. 91

Одговор. В

Следните четири задачи се бодуваат со 4 поени.

4. Во Земјата на змејовите секој змеј има барем 3 глави. Змејовите што имаат парен број глави секогаш зборуваат вистина, а оние со непарен број глави секогаш лажат. Ја прашале една група од четири змеја, колку вкупно глави имаат? Тие одговориле поединечно: 13, 15, 16 и 20. Кој од следниве броеви е можниот вкупен број на глави на змејови кои лажат во оваа четворчлена група?

- A. 7
- Б. 10
- В. 14
- Г. 16
- Д. 20

Одговор. В

5. Ако $\frac{\frac{1}{e^x} + \frac{1}{e^y}}{\frac{1}{e^x} - \frac{1}{e^y}} = 2021$, тогаш $\frac{e^x}{e^y}$ е еднакво на:

- A. $\ln \frac{1011}{1010}$
- Б. $\ln \frac{1010}{1011}$
- В. $\frac{1}{2020} - \frac{1}{2022}$
- Г. $\frac{1011}{1010}$
- Д. $\frac{1010}{1011}$

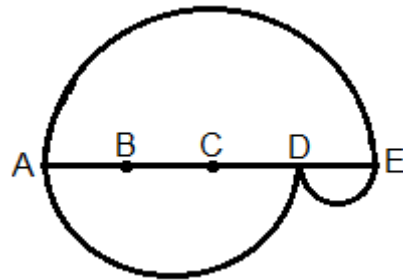
Одговор. Д

6. Нека $f_1(x) = \frac{x}{x+1}$ и $f_{n+1}(x) = f_1(f_n(x))$, за $n = 1, 2, 3, \dots$. Со кој од следниве изрази е претставена функцијата $f_n(n)$?

- A. $\frac{1-n^2}{1+n^2}$
- Б. $\frac{1}{1+n^2}$
- В. $\frac{n^n}{(1+n)^n}$
- Г. $\frac{n}{1+n^2}$
- Д. $\frac{1}{1+n}$

Одговор. Г

7. На сликата, отсечката АЕ е поделена на четири еднакви делови. Конструирани се полуокружници со дијаметри АЕ, АД и ДЕ како на сликата, при што се формираат два пата помеѓу точките А и Е. Колкав е соодносот на должините на горниот и долниот пат?



- А. 1:1
- Б. 1:2
- В. 2:1
- Г. 2:3
- Д. 3:2

Одговор. А

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

8. Едно множество се состои од броеви од облик $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|}$, каде a и b се ненулти реални броеви. Множеството од сите вакви броеви е:

- А. $\{-3,-1,1,3\}$
- Б. $\{-3,-1,3\}$
- В. $\{-1,3\}$
- Г. $\{1,3\}$
- Д. сите реални броеви

Одговор. В

9. Ако $\left(\frac{1}{4}\right)^a = \frac{1}{5}$, $\left(\frac{1}{5}\right)^b = \frac{1}{6}$, $\left(\frac{1}{6}\right)^c = \frac{1}{7}$, $\left(\frac{1}{7}\right)^d = \frac{1}{8}$, најди го производот $abcd$.

- А. $\frac{3}{2}$
- Б. $\frac{4}{3}$
- В. $\frac{7}{10}$
- Г. $\frac{1}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}$
- Д. $\frac{1}{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}$

Одговор. А

10. Кој е најмалиот број на луѓе, избрани на случаен начин, кој може да гарантира дека 3 од нив се познаваат или 3 од нив не се познаваат меѓусебно?

- A) 3
- B) 4
- B) 5
- Г) 6
- Д) 7

Одговор. Г

Во следните задачи внесете го одговорот (ненегативен цел број без единица мерка)

Следните 3 задачи се бодуваат со 5 поени.

11. Нека a, b, c се реални броеви за кои важи $a + b + c = 0$. Изразот $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ изнесува:

Одговор. 0

12. Ако точката $M(a, b)$ лежи на правата $2x + y - 6 = 0$ и е подеднакво оддалечена од точките $A(3, 5)$ и $B(2, 6)$, тогаш $a + b$ изнесува:

Одговор. 5

13. Нека p е веројатноста произволен број од множеството $\{1, 2, \dots, 100\}$ да е делив со 2 но да не е делив со 3. Пресметај $50 \cdot p$.

Одговор. 17

Следните 4 задачи се бодуваат со 6 поени.

14. Реалниот број $\sqrt{19 - 8\sqrt{3}}$ може да се изрази во облик $a + b\sqrt{3}$, каде што a и b се цели броеви и a е позитивен. Колку изнесува $a + b$?

Одговор. 3

15. Пресметај

$$\frac{\binom{2021}{0} + \binom{2021}{1} + \dots + \binom{2021}{2021}}{\binom{2020}{0} + \binom{2020}{1} + \dots + \binom{2020}{2020}}$$

Одговор 2.

16. За колку тројки (a, b, c) каде $a > b > c > 1$ е исполнето неравенството

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} > 1?$$

Одговор. 2

17. Одреди го најмалиот природен број n така што $\frac{12!}{n}$ е квадрат на природен број.

Одговор. 231

Следните три задачи се бодуваат со 7 поени.

18. Збирот на првите n членови на низата $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ изнесува $n^2 + 3n + 4$. Колку изнесува збирот $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{21}$?

Одговор. 264

19. Колкав е најголемиот можен број на пресечни точки помеѓу дијагоналите на конвексен 14-аголник?

Одговор. 1001

20. Ја разгледуваме низата $0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, \dots$ за која разликата меѓу соседните два члена се зголемува за 1. Збирот на првите 30 членови на оваа низа изнесува

Одговор. 4495