



РЕГИОНАЛЕН НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА
ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНОТО ОБРАЗОВАНИЕ 2018

17.02.2018 година

Прва година

Група А

1. Одреди ги сите парови природни броеви за кои разликата меѓу нивните НЗС и НЗД е 15.

2. Гаргамел фатил N Штрумфови и ги распределил во три вреќи. Кога Папа Штрумф го преместил од првата во втората вреќа, Муртенко од втората во третата, а Штрумфета од третата во првата, просечната висина на Штрумфовите во првата вреќа се намалила за 8 милиметри, а просечните висини во втората и третата вреќа се зголемиле за 5 и 8 милиметри, соодветно. Во првата вреќа имало девет Штрумфови. Колку Штрумфови фатил Гаргамел?

3. Определи ги целобројните вредности на параметарот a , за кои решенијата на системот

$$\begin{cases} a(x+y-1) = x-2y-1 \\ a(x-y-3) = x+2y-3 \end{cases}$$

се целобројни.

4. Должините на основите на еден трапез се $a=25, b=15$, а на еден од краците должината е $c=8$. Определи го периметарот и плоштината на трапезот, ако збирот на аглиите на поголемата основа е 90° .

Време за работа 150 минути
Секоја задача се вреднува по 25 поени



СОЈУЗ НА МАТЕМАТИЧАРИ НА МАКЕДОНИЈА

РЕГИОНАЛЕН НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА
ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНОТО ОБРАЗОВАНИЕ 2018

17.02.2018 година

Втора година

Група А

1. Корените на квадратната равенка $x^2 + ax + b + 1 = 0$ се природни броеви.
Докажи дека $a^2 + b^2$ е сложен број.

2. Во множеството реални броеви реши го системот равенки

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y+z} = \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{y} + \frac{1}{z+x} = \frac{1}{5}, \quad \frac{1}{z} + \frac{1}{x+y} = \frac{1}{7}.$$

3. Нека е дадена кружница со дијаметар AB и нека C е точка од кружницата различна од A и B . Нека M е средина на тетивата BC и растојанието од M до AB е 1cm . Ако $\angle BAC = 30^\circ$, пресметај ја должината на тетивата AC .

4. Правоаголникот $ABCD$ е поделен на 9 помали правоаголници, така што плоштината на четири од нив се 8, 10, 5, 12 како што е прикажано на цртежот. Определи ја најмалата можна вредност на плоштината на правоаголникот $ABCD$.

8	10	
	5	
		12

Време за работа 150 минути
Секоја задача се вреднува по 25 поени



СОЈУЗ НА МАТЕМАТИЧАРИ НА МАКЕДОНИЈА

РЕГИОНАЛЕН НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА
ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНОТО ОБРАЗОВАНИЕ 2018

17.02.2018 година

Трета година
Група А

1. Во множеството реални броеви реши ја равенката

$$\log(\log x) + \log(\log x^3 - 2) = 0.$$

2. Определи го триаголникот со најголема плоштина, ако должините на неговите страни a, b, c го задоволуваат условот: $1 < a \leq 2 \leq b \leq 5 < c \leq 6$.
3. Рамнокрак трапез со висина 12, крак 13 и средна линија 15, ротира околу пократката основа. Пресметај го волуменот на така добиеното тело.
4. Во конвексен четириаголник $ABCD$ важи $\overline{AD} = \overline{CD}$ и $\angle ADC = 90^\circ$. Ако $\overline{AB} = a$, $\overline{BC} = b$, $\overline{BD} = d$ и $\angle ABC = \beta$, докажи дека $2d^2 = a^2 + b^2 + 2ab \sin \beta$.

Време за работа 150 минути

Секоја задача се вреднува по 25 поени



СОЈУЗ НА МАТЕМАТИЧАРИ НА МАКЕДОНИЈА

РЕГИОНАЛЕН НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНОТО ОБРАЗОВАНИЕ 2018

17.02.2018 година

Четврата година Група А

1. Определи го вториот член на аритметичката прогресија ако збирот на првите 10 члена е 300, а првиот, вториот и петтиот член, во тој редослед, формираат геометричка прогресија.
2. Определи колку подредени парови од природни броеви (x, y) постојат за кои е исполнето $NZS(x, y) = 6!$.
3. Дадена е низа од позитивни реални броеви a_0, a_1, a_2, \dots такви што важи $a_1 = 1 - a_0$, $a_{n+1} = 1 - a_n(1 - a_n)$, за $n \geq 1$.
Докажи дека за секој природен број n важи
$$a_0 a_1 \cdots a_n \left(\frac{1}{a_0} + \frac{1}{a_1} + \dots + \frac{1}{a_n} \right) = 1. \quad (1)$$
4. а) Множеството $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ е разбиено (разделено) на две дисјунктни подмножества A и B . Докажи дека барем во едно од нив постојат три различни броја x, y и z такви што $x + y = z$.
б) Дали за множеството $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ е точно тврдењето од задачата под а).

Време за работа 150 минути
Секоја задача се вреднува по 25 поени