



СОЈУЗ НА МАТЕМАТИЧАРИ НА МАКЕДОНИЈА

ОПШТИНСКИ НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНОТО ОБРАЗОВАНИЕ 2018

27.01.2018 година

Прва година
Група А

1. Ако n е непарен број, тогаш бројот $n^3 + 3n^2 - n - 3$ е делив со 48. Докажи!
2. Растојанието од местото А до местото В автомобил го поминува со постојана брзина. Ако автомобилот се движи со брзина поголема за 8 километри на час, тогаш од А до В ќе патува 3 часа помалку, а ако се движи со брзина помала за 8 километри на час, тогаш од А до В ќе патува 5 часа повеќе. Определи го растојанието меѓу местата А и В.
3. Периметарот на правоаголен триаголник изнесува 18, а неговата плоштина е 9. Колкава е должината на хипотенузата на тој триаголник?
4. Ако a, b, c и $\frac{a-b\sqrt{2018}}{b-c\sqrt{2018}}$ се рационални броеви, тогаш $ac = b^2$. Докажи!

Време за работа 150 минути

Секоја задача се вреднува по 25 поени



СОЈУЗ НА МАТЕМАТИЧАРИ НА МАКЕДОНИЈА

ОПШТИНСКИ НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНОТО ОБРАЗОВАНИЕ 2018

27.01.2018 година

Прва година
Група Б

1. Ако збирот на броевите \overline{xyz} и \overline{abc} е делив со 37, докажи дека и бројот \overline{xyzabc} е делив со 37.
2. На географска карта растојанијата меѓу три точки се 9 *cm*, 10 *cm* и 12 *cm*. Најголемото од тие растојанија во природата е 30 *km*. Определи ги другите две растојанија во природата и размерот на картата.
3. Растојанието од местото А до местото В автомобил го поминува со постојана брзина. Ако автомобилот се движи со брзина поголема за 8 километри на час, тогаш од А до В ќе патува 3 часа помалку, а ако се движи со брзина помала за 8 километри на час, тогаш од А до В ќе патува 5 часа повеќе. Определи го растојанието меѓу местата А и В.
4. Периметарот на правоаголен триаголник изнесува 18, а неговата плоштина е 9. Колкава е должината на хипотенузата на тој триаголник?

Време за работа 150 минути

Секоја задача се вреднува по 25 поени



СОЈУЗ НА МАТЕМАТИЧАРИ НА МАКЕДОНИЈА

ОПШТИНСКИ НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНОТО ОБРАЗОВАНИЕ 2018

27.01.2018 година

II година

Група А

1. За кои вредности на параметарот m системот равенки

$$\begin{cases} 2x - 5y = 10 \\ 3x - 2y = m \end{cases}$$

има решение (x, y) такво што $x > 0, y < 0$?

2. Определи ја квадратната равенка $x^2 + px + q = 0$, ако е познато дека разликата на нејзините решенија е 7, а разликата на нивните кубови е 91

3. Во множеството реални броеви реши ја равенката $x^2 + \left(\frac{x}{x-1}\right)^2 = 8$.

4. Радиусот на впишаната кружница во рамнокрак триаголник со агол при врвот 120° е $\sqrt{3}$ cm. Пресметај ја плоштината на триаголникот.

Време за работа 150 минути

Секоја задача се вреднува по 25 поени



СОЈУЗ НА МАТЕМАТИЧАРИ НА МАКЕДОНИЈА

ОПШТИНСКИ НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА • ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНОТО ОБРАЗОВАНИЕ 2018

27.01.2018 година

II година
Група Б

1. Реши го системот равенки:

$$\frac{x+2y}{x+y} = \frac{2x+3}{y+1} = \frac{5}{3}.$$

2. Квадратната равенка $x^2 - 9x + 3 = 0$ има решенија a и b . Определи ги p и q , за да квадратната равенка $x^2 + px + q = 0$ има решенија a^2 и b^2 .

3. Во множеството реални броеви реши ја равенката $x^2 + \left(\frac{x}{x-1}\right)^2 = 8$.

4. Радиусот на впишаната кружница во рамнокрак триаголник со агол при врвот 120° е $\sqrt{3}$ cm. Пресметај ја плоштината на триаголникот.

Време за работа 150 минути

Секоја задача се вреднува по 25 поени



СОЈУЗ НА МАТЕМАТИЧАРИ НА МАКЕДОНИЈА

ОПШТИНСКИ НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНОТО ОБРАЗОВАНИЕ 2018

27.01.2018 година

III година
Група А

1. Реши ја равенката

$$27 \cdot x^{\log_{27} x} = \sqrt[3]{x^{10}}.$$

2. Реши ја равенката $9^x - 6^x = 4^{x+\frac{1}{2}}$.

3. Докажи дека за $0 < \alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_n < \frac{\pi}{2}$ важи двојното неравенство

$$\operatorname{tg} \alpha_1 < \frac{\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2 + \dots + \sin \alpha_n}{\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 + \dots + \cos \alpha_n} < \operatorname{tg} \alpha_n.$$

4. Даден е тетраедар $ABCD$ таков што $\overline{CD} = 3$ и $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{AC} = \overline{BC} = \overline{BD} = 2$. Пресметај го волуменот на тетраедарот $ABCD$.

Време за работа 150 минути

Секоја задача се вреднува по 25 поени



СОЈУЗ НА МАТЕМАТИЧАРИ НА МАКЕДОНИЈА

ОПШТИНСКИ НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНОТО ОБРАЗОВАНИЕ 2018

27.01.2018 година

III година

Група Б

1. Реши ја равенката

$$27 \cdot x^{\log_{27} x} = \sqrt[3]{x^{10}}.$$

2. Ако $9^x + 9^{-x} = 15$, пресметај $81^x + 81^{-x}$.

3. Докажи го идентитетот

$$\frac{1 + \sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha}.$$

4. Даден е тетраедар $ABCD$ таков што $\overline{CD} = 3$ и $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{AC} = \overline{BC} = \overline{BD} = 2$. Пресметај го волуменот на тетраедарот $ABCD$.

Време за работа 150 минути

Секоја задача се вреднува по 25 поени

СОЈУЗ НА МАТЕМАТИЧАРИ НА МАКЕДОНИЈА

ОПШТИНСКИ НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНОТО ОБРАЗОВАНИЕ 2018

27.01.2018 година

IV година
Група А

1. Ако (a_n) е геометриска прогресија со позитивни членови, докажи дека $(\ln a_n)$ е аритметичка прогресија. Определи го збирот на првите 2018 членови на аритметичката прогресија.

2. Разложи ја на цели множители разликата:

$$(1 + a + a^2 + \dots + a^n)^2 - a^n.$$

3. Треба да избереме група од 6 луѓе од група од 8 луѓе, при што ако го избереме лицето A , мора да го избереме и лицето B . На колку начини може да се направи овој избор?

4. Производ на осум последователни природни броеви не може да биде четврти степен на природен број. Докажи!

Време за работа 150 минути

Секоја задача се вреднува по 25 поени



СОЈУЗ НА МАТЕМАТИЧАРИ НА МАКЕДОНИЈА

ОПШТИНСКИ НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНОТО ОБРАЗОВАНИЕ 2018

27.01.2018 година

IV година

Група Б

1. Првите три члена од една геометриска прогресија се $x, x+6, x+30$.
Определи го четвртиот член од таа геометриска прогресија.

2. Разложи ја на цели множители разликата:

$$(1+a+a^2+\dots+a^n)^2 - a^n.$$

3. Докажи дека $n! > 2^n$, за секој природен број $n \geq 4$.

4. Производ на осум последователни природни броеви не може да биде четврти степен на природен број. Докажи!

Време за работа 150 минути

Секоја задача се вреднува по 25 поени