Регионален натпревар по математика за учениците од основното образование
13.III-2021 година

4 одделение

Задачи од 6 поени:

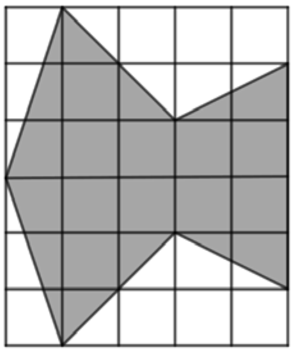
1. Првите три члена на една низа се 1,2 и 3. Почнувајќи од четвртиот член секој нареден член е збир на претходните три члена. Одреди го збирот на цифрите на дванаесеттиот член.

Решение: 22 (1,2,3,6,11,20,37,68,125,230,423,778)

2. Пет другари, сите ученици во четврто одделение, имаат родендени во различни месеци кои се запишани со парни броеви и во различни денови кои се запишани со непарни броеви. Колку изнесува најголемата вредност на збирот од деновите и месеците на нивните родендени?

Решение: 175 (31+29+27+25+23=135, 12+10+8+6+4=40)

3. Правоаголникот на сликата има 30 квадратчиња. Засенчениот дел има плоштина која може да се запише како нескратлива дропка $\frac{a}{b}$. Внеси ја вредноста на $a+b$.



Решение: 47=17+30

4. Нека A е збирот на сите трицифрени парни броеви запишани со исти цифри, а B е збирот на сите трицифрени непарни броеви запишани со исти цифри. Пресметај $A+B$, подели го со 5, а потоа внеси го добиениот количник зголемен за 1.

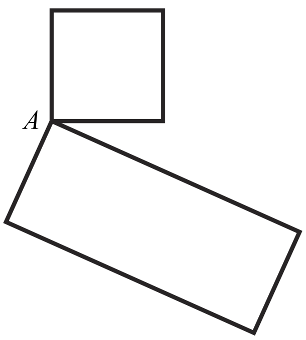
Решение: 1000 (A=2220, B=2775)

Задачи од 7 поени:

5. Производот и збирот на четири цифри изнесува осум. Запиши го најмалиот четирицифрен број образуван од тие цифри.

Решение: 1124

6. Две мравки истовремено тргнуваат од точката A и се движат по различни патеки. Едната се движи по квадрат со страна 3cm, а другата се движи по правоаголник со страни 3cm и 6cm. Притоа двете мравки се движат во насока обратна од стрелките на часовникот. Колку изнесува најмалото растојание, во сантиметри, кое треба да го помине секоја од мравките за да се сретнат повторно во точката A?



Решение: 36cm.

7. Патот меѓу дрвото и езерото срната го поминува за 1 час, верверичката е 15 минути побрза од срната, а зајакот е 10 минути поспор од верверичката. Внеси го збирот од минутите кои се потребни трите животни да стигнат од дрвото до езерото.

Решение: 160 минути

8. Еден природен број x е помножен со 11, потоа на тој број е додаден 33. На тој начин се добил број кој може да се подели со 9. Колку изнесува најмалиот број x со вакво својство?

Решение: $x = 6$

Задачи од 12 поени:

9. Еден ученик наместо да помножи даден број со 506, го помножил со 56, при што производот се намалил за 11250. Кој е дадениот број?

Решение: Нека x е непознатиот број. Од условот на задачата, имаме $x \cdot 506 - x \cdot 56 = 11250$, т.е. $450x = 11250$, од каде $x = 25$.

10. Должината на отсечката AB е за 2 cm поголема од должината на отсечката CD. Познато е дека ако должината на отсечката CD се зголеми 3 пати, а должината на отсечката AB се зголеми за 10 cm, тогаш ќе се добијат еднакви отсечки. Колкава е должинита на отсечкиата CD ?

Решение: Нека x должината на отсечката CD, тогаш, $3x = (x + 2) + 10$, од каде $x = 6$. Значи, должината на отсечката CD е 6 cm.

11. Во собата на Јана има 3 полици со книги. На првата полица има шест пати помалку книги отколку на втората, а шест книги помалку отколку на третата полица. Ако Јана ги премести сите книги од првата полица на третата полица, тогаш на третата полица ќе има 78 книги помалку отколку на втората полица. Колку вкупно книги има на полиците?

Решение: Ако бројот на книги на првата полица го означиме со x, тогаш на втората полица има $6x$, а на третата $x + 6$ книги. Од вториот услов на задачата се добива $x + x + 6 = 6x - 78$. Следува дека $x = 21$. Значи во собата на Јана има вкупно $21 + (21 + 6) + 6 \cdot 21 = 174$ книги.

12. Петар поминал 1km од дома до домот на неговиот другар. Со должината што ја поминал може точно 25 пати да ја заобиколи градината на дедо му која што има форма на правоаголник. Определи ја должината на градината, ако таа е за 4m подолга од ширината.

Решение: Периметарот на градината изнесува $1000: 25 = 40$m. Нека должината ја означиме со a, а ширината со b. Имаме: $a + b = 20$ и $a - b = 4$. Со собирање на равенствата добиваме дека $2a = 24$, од каде $a = 12$ m.

5 одделение

Задачи од 6 поени:

1.Пресметај го збирот од сите троцифрени броеви кои можат да се формираат од цифрите $0, 2$ и 4, без повторување на цифрите.

Решение:1266

2.Периметрите на еден квадрат и еден правоаголник се еднакви. Збирот на должините на две соседни страни на правоаголникот е 28cm. Колку изнесува должината на страната на квадратот?

Решение:14

3.Половината од збирот на два броја е 1010. Внеси ја нивната разлика, ако се знае дека едниот е четири пати помал од другиот.

Решение: Збирот на двата броја е: $x + y = 2 \cdot 1010 = 2020$
$x = 4 \cdot y,\ 4 \cdot y + y = 2020$, т.е. $5 \cdot y = 2020$
$y = 2020 : 5 = 404$
$x = 4 \cdot 404 = 1616.$
Разликата е 1212.

4.Од темето на правиот агол повлечи се три полуправи кои се во внатрешноста на аголот.Колку остри агли можеш да изброиш?

Решение: Има 9 остри агли.

Задачи од 7 поени:

5. Овоштарник има форма на правоаголник со димензи 66m и 34m. Овошните дрва се посадени во редови меѓу кои има растојание од 4m. Растојанието меѓу овошките во секој ред е исто така 4m, а од работ на овоштарникот има 3m. Колку овошни дрвца се посадени во овоштарникот?

Решение: Во подолгиот ред има $(66 - 2 \cdot 3) : 4 + 1 =$16 стебла овошки. А такви редови има $(34 - 2 \cdot 3) : 4 + 1 = 8$ стебла овошки. Значи бројот на овошните дрва изнесува $16 \cdot 8 = 128$.

6. Збирот на седум последователни природни броеви е 77 . Одреди го збирот од средниот и најголемиот број во таа низа.

Решение: Ако со x го означиме првиот број , тогаш имаме
$x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + (x+4) + (x+5) + (x+6) = 77$
$7x + 21 = 77$
$7x = 56$
$x = 8$
Значи, бараниот број е бројот $(x+3) + (x+6) = 2x + 9 = 16 + 9 = 25$.

7.Во кутија баба Биле има помалку од 90 џамлии. Баба Биле има 5 внуци кои често и доаѓаат на гости. Таа им ги дели подеднакво кога на гости заедно ќе и дојдат 2, 3 или 5 внуци, но не и кога ќе и дојдат 4 внуци. Колку џамлии има во кутијата на баба Биле?

Решение: Треба да се одреди НЗС од броевите $2, 3$ и 5.
НЗС(2,3,5)=30

Броеви помали од 90, а деливи со 30 се 30 и 60. Но бројот 60 е делив со 4, па баба Биле има 30 џамлии во кутијата.

8.Два агли градат прав агол. Поголемиот агол е два пати поголем од помалиот агол. Колку е разликата меѓу поголемиот и помалиот агол?

Решение: Нека α е помалиот , а β е поголемиот агол.

$\beta = 2\alpha$

$\alpha + \beta = 90^0$

$\alpha + 2\alpha = 90^0$

$3\alpha = 90^0$

$\alpha = 30^0, \beta = 60^0$.

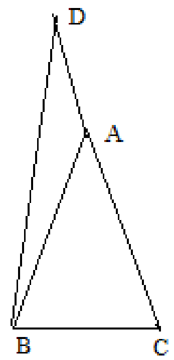
Значи, разликата е 30^0.

Задачи од 12 поени:

9.Два трактори треба да изораат една нива со површина 400 хектари. Првиот трактор може дневно да изора 21 хектар, а вториот 13 хектари. За колку дена нивата ќе биде изорана, ако вториот трактор првите два дена ора сам, а потоа му се придружи и првиот трактор?

Решение: Вториот трактор за два дена изорал $2 \cdot 13 = 26$ хектари. Па, останале неизорани $400 - 26 = 374$ хектари. Во еден ден ќе изораат двата трактори заедно $21 + 13 = 34$ хектари. Според тоа за $374 : 34 = 11$ односно за 13 дена ќе ја изораат нивата двата трактори заедно.

10. Во рамнокрак триаголник ABC $\left(\overline{AB} = \overline{AC}\right)$ кракот AC е продолжен преку темето A до точка D, така што периметарот на триаголникот BAD е $16\ cm$. .Пресметај ја основата $\overline{BC}$ на триаголникот ABC, ако периметарот на триаголникот BCD е $29\ cm$.



Решение: Имаме: $L_{\Delta BAD} = \overline{BA} + \overline{AD} + \overline{DB} = 16\ cm$ и

$L_{\Delta BCD} = \overline{BC} + \overline{CA} + \overline{AD} + \overline{DB} = 29\ cm$

Оттука, $\overline{BC} = L_{\Delta BCD} - L_{\Delta BAD}$, $\overline{BC} = 29 - 16 = 13\ cm$.

11. Марио ги распоредил броевите 1, 2, ..., 8 во темињата на една коцка. Кога ги пресметал збировите добиени по секој ѕид, забележал дека сите такви збирови се еднакви. Колку изнесува секој таков збир?

Решение: Во секое теме од коцката се спојуваат три ѕида и коцката има вкупно шест ѕидови. Ако бараниот збир го означиме со S, тогаш 6S = 3(1 + 2 + … + 8). Оттука S = 18.

12. Произволна точка во внатрешноста на еден квадрат е подеднакво оддалечена од две спротивни страни и тоа $3x + 1$ cm од едната и $5x - 7$ cm од другата страна. Определи го периметарот на квадратот.

Решение: Од условот на задачата имаме $5x - 7 = 3x + 1$, од каде $x = 4$. Страната на квадратот е $(5x - 7) + (3x + 1) = 8x - 6 = 26\ cm$, а периметарот изнесува $104\ cm$.

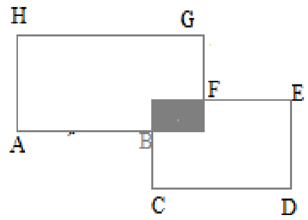
6 одделение

1. Збирот на броителот и именителот на една дропка е 95. Со скратување на таа дропка добиена е дропката $\frac{7}{12}$. Одреди ја почетната дропка.

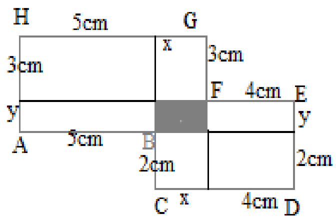
Решение:

Нека дропката е $\frac{a}{b}$. Од прviот услов на задачата имаме: $a+b=95$.	5 бодови
Од вториот услов на задачата имаме: $\frac{a:k}{b:k}=\frac{7}{12}$ од каде $a=7k$ и $b=12k$.	10 бодови
Ако во $a+b=95$ замениме за a и b, добиваме $7k+12k=95, k=5$. Броителот на дропката е 35, а именителот на дропката е 60. Значи бараната дропка е $\frac{35}{60}$	5+5 бодови

2. Два правоаголници имаат заеднички отсечен дел. Тој дел е во форма на правоаголник со периметар 8 cm. Ако $\overline{AB}=5$ cm, $\overline{BC}=2$ cm, $\overline{EF}=4$ cm, $\overline{FG}=3$ cm, одреди ја должината на затворената искршена линија $ABCDEFGHA$.



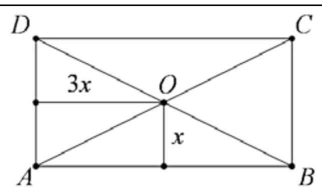
Решение:

 $2(x+y)=8, x+y=4$	5+5 бодови
Должината на затворената искршена линија е: $2(\overline{AB}+\overline{FG}+\overline{FE}+\overline{BC})+2(x+y)$.	10 бодови
$2(\overline{AB}+\overline{FG}+\overline{FE}+\overline{BC})+8=36$ cm	5 бодови

3. Одреди го бројот на:
а) двоцифрени б) трицифрени броеви
што имаат само парни цифри.
Решение:

а) На местото на десетки може да стојат 4 цифри и тоа 2,4,6 и 8. На местото на единици може да стојат 5 цифри и тоа 0,2,4,6 и 8. Значи, има вкупно 20 такви двоцифрени броеви.	10 бодови
б)Од двоцифрените броеви, трицифрени се добиваат ако на секој двоцифрен број му се допише по една од цифрите 0,2,4,6 и 8 од десната страна.	10 бодови
Следствено, има 100 такви трицифрени броеви.	5 бодови

4. Периметарот на правоаголникот $ABCD$ изнесува 128 cm . Отсечките AC и BD се сечат во точката O. Одреди ја плоштината на правоаголникот, ако растојанието од точката O до поголемата страна е 3 пати помало од растојанието од точката O до помалата страна.
Решение:

Нека растојанието од точката O до поголемата страна е x, тогаш растојанието од точката O до помалата страна е $3x$. 	5+5 бодови
Оттука се добива дека страните на правоаголникот се $6x$ и $2x$.	5 бодови
Значи, $8x=64$, т.е. $x=8$. Спрема тоа, страните на правоаголникот се 48 cm и 16 cm	5 бодови
Плоштината изнесува $48\cdot16=768$ cm^2.	5 бодови

7 одделение

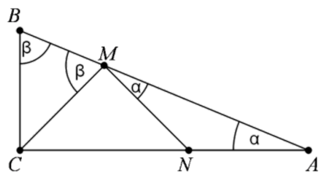
1.Три сестри си поделиле одредена сума пари при што првата сестра зела $\frac{1}{5}$ од парите, втората $\frac{5}{8}$ од парите, а остатокот го зела третата сестра. Потоа третата сестра ѝ дала на првата $\frac{3}{4}$ од својот дел. Колкав дел од целата сума пари добила првата сестра?

Решение:

Од условот на задачата, на почетокот првата сестра зела $\frac{1}{5}x$, втората $\frac{5}{8}x$, а третата сестра $x-\frac{1}{5}x-\frac{5}{8}x=\frac{7}{40}x$, каде со x е означена вкупната сума пари.	15 бодови
Третата сестра на првата и дала $\frac{3}{4}\cdot\frac{7}{40}x=\frac{21}{160}x$.	5 бодови
Првата сестра добила вкупно $\frac{1}{5}x+\frac{21}{160}x=\frac{53}{160}x$, т.е. $\frac{53}{160}$ од парите.	5 бодови

2. Во правоаголен триаголник ABC со прав агол кај темето C, на страната AB е дадена точка M, а на страната AC точка N, така што $\overline{BC}=\overline{CM}=\overline{MN}=\overline{AN}$. Пресметај ги внатрешните агли на триаголник ABC.

Решение:

Триаголниците ANM, NMC и BCM се рамнокраки, па $\alpha=\angle CAM=\angle NMA, \beta=\angle CBM=\angle CMB, \angle MCN=\angle CNM$.  	5+5 бодови
Аголот $\angle MNC$е надворешен агол за триаголник AMN па $\angle MNC=2\alpha$. Тогаш $\angle MCN=2\alpha$ и $\angle CMN=180^\circ-4\alpha$.	5 бодови
Од друга страна, $\angle CMN=180°-(\alpha+\beta)=180°-90°=90°$	5 бодови
Оттука, $4\alpha=90°$ и $\alpha=22{,}5°$. Следствено, $\beta=67{,}5°$ и $\gamma=90^\circ$.	5 бодови

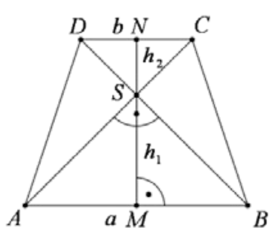
3. Одреди ги броевите a, b и c, ако нивниот збир е за $\frac{5}{2}$ поголем од бројот a, за $\frac{59}{6}$ поголем од бројот b и за $\frac{5}{3}$ поголем од бројот c.

Решение:

Од условот на задачата ги имаме следните равенства : $a+b+c=a+\frac{5}{2}, a+b+c=b+\frac{59}{6}$ и $a+b+c=c+\frac{5}{3}$. Со средување на равенствата се добива $b+c=\frac{5}{2}$, $a+c=\frac{59}{6}$ и $a+b=\frac{5}{3}$.	10 бодови
Со собирање на равенките се добива $2a+2b+2c=14$, т. е. $a+b+c=7$	5 бодови
Се добива $7=a+\frac{5}{2}$, $7=b+\frac{59}{6}$, $7=c+\frac{5}{3}$, од каде следи дека $a=\frac{9}{2}$, $b=-\frac{17}{6}$, $c=\frac{16}{3}$.	10 бодови

4. Основите на рамнокрак трапез со заемно нормални дијагонали изнесуваат 12 cm и 8 cm. Пресметај ја плоштината на трапезот.

Решение:

 	5 бодови
Бидејќи дијагоналите на трапезот се заемно нормални $\measuredangle ASB=90°$. Значи ΔABS е рамнокрак правоаголен и ΔAMS е рамнокрак правоаголен. Оттука, $h_1=\frac{a}{2}=6\ cm$.	10 бодови
Слично, $h_2=\frac{b}{2}=4\ cm$. Значи, $h=h_1+h_2=10\ cm$. Така, $P=\frac{a+b}{2}\cdot h=\frac{12+8}{2}\cdot 10=100\ cm^2$.	5+5 бодови

8 одделение

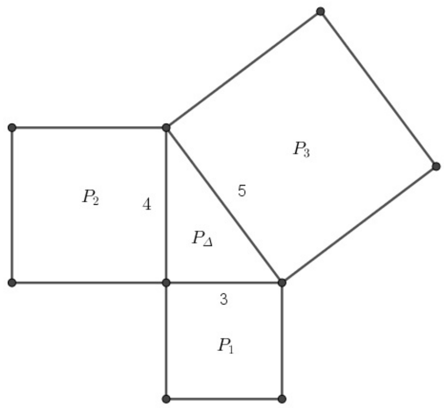
1.Аритметичката средина на четири броеви изнесува 20. После додавањето на уште еден број, аритметичката средина на петте броеви изнесува 18. Кој е додадениот број?

Решение:

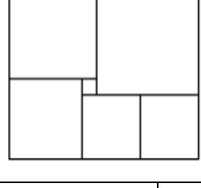
Бидејќи аритметичката средина на четирите броеви изнесува 20, збирот на четирите броеви е 80, односно $$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 80$$	10 бодови
Аритметичката средина на петте броеви е 18, односно $\frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5}{5} = 18, \frac{80+x_5}{5} = 18$	10 бодови
Одовде $x_5 = 10$.	5 бодови

2.Страните на еден правоаголен триаголник мерени во dm се последователни броеви. Периметарот на правоаголниот триаголник е 12 dm. Над секоја страна од триаголникот е конструиран квадрат. Одреди ја плоштината на добиената фигура.

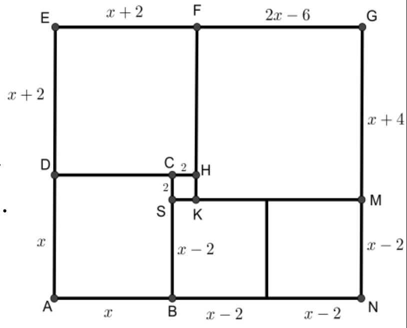
Решение:

 	5 бодови
Страните на триаголникот се последователни броеви и ги означуваме со $x-1$, x и $x+1$. Бидејќи периметарот на триаголникот е $12dm$, добиваме $x-1+x+x+1=12dm$, од каде со средување имаме $3x=12dm$, т.е. , $x=4dm$. Следува дека страните на триаголникот имаат должини $3dm$, $4dm$ и $5dm$.	10 бодови
Плоштината на правоаголниот триаголникот (е половина од плоштината на правоаголникот со страни $3dm$ и $4dm$) е $6\,dm^2$, а плоштините на квадратите се: $P_1 = 3\cdot 3dm^2 = 9dm^2$, $P_2 = 4\cdot 4dm^2 = 16dm^2$ и $P_3 = 5\cdot 5dm^2 = 25dm^2$. Плоштината на добиената фигура е $P = P_1 + P_2 + P_3 + P_\Delta = 9+16+25+6 = 56dm^2$.	10 бодови

3. Правоаголник е разделен на шест квадрати, како што е прикажано на цртежот.
Одреди ја плоштината на правоаголникот, ако страната на најмалиот квадрат е $2m$.
(означи ја скицата)



Решение:

Нека x е страната на квадратот $ABCD$. Тогаш страната на квадратот $DHFE$ е $x+2$ односно $\overline{DE} = \overline{EF} = x+2$. Да забележиме дека страната $\overline{BS} = \overline{NM} = x-2$. Така имаме дека $\overline{BN} = 2x-4$. Значи, страната $\overline{AN} = 3x-4$, а $\overline{AE} = 2x+2$. За отсечката $\overline{FG}$ имаме $\overline{FG} = \overline{AN} - \overline{EF} = (3x-4)-(x+2) = 2x-6$. Аналогно добиваме дека $\overline{MG} = \overline{AE} - \overline{NM} = (2x+2)-(x-2) = x+4$.  	15 бодови

Од $\overline{FG}=\overline{MG}$ ја добиваме равенката $2x-6=x+4$ од каде се добива дека $x=10$.	5 бодови
Така имаме дека страната $\overline{AN}=3\cdot 10-4=26$, а страната $\overline{AE}=2\cdot 10+2=22$. Значи плоштината на правоаголникот е $P=22\cdot 26=572\,m^2$.	5 бодови

4. Марко распоредил вкупно 199 јаболка во 60 пакети. Во неколку пакети ставил по x јаболка, а во останатите по 3 јаболка. Одреди ги сите можни вредности на x.

Решение:

Нека имало n пакети во кои Марко ставил по 3 јаболки. Тогаш бројот на пакети со по x јаболки бил $60-n$. Од условот на задачата ја составуваме равенката $3n+x\cdot(60-n)=199$ која е еквивалентна со равенката $3n-180+x\cdot(60-n)=19$, односно со равенката $(60-n)\cdot(x-3)=19$.	15 бодови
Бидејќи x и n ($n\le 60$) се природни броеви, добиваме дека постојат две можности: (1) $\begin{cases}60-n=1\\ x-3=19\end{cases}$ и (2) $\begin{cases}60-n=19\\ x-3=1\end{cases}$	5 бодови
Следствено, можните вредности се 22 и 4.	5 бодови

9 одделение

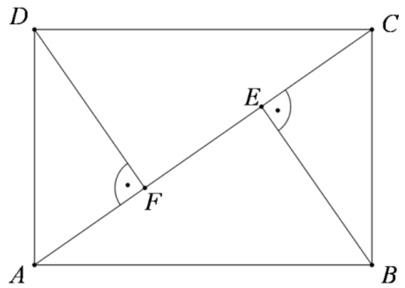
1. Докажи дека е скратлива дропката $\frac{1+5^{k+1}\cdot 2^k}{1+5^k\cdot 2^{k+1}}$, за секој број $k=0,1,2,3,...$.

Решение:

За $k=0$ дропката гласи $\frac{1+5^1\cdot 2^0}{1+5^0\cdot 2^1}=\frac{1+5\cdot 1}{1+1\cdot 2}=\frac{6}{3}$, па таа е скратлива.	5 бодови
Нека $k\geq 1$.Тогаш $\frac{1+5^{k+1}\cdot 2^k}{1+5^k\cdot 2^{k+1}}=\frac{1+5^k\cdot 5^1\cdot 2^k}{1+5^k\cdot 2^k\cdot 2^1}=\frac{1+5\cdot(5\cdot 2)^k}{1+2\cdot(5\cdot 2)^k}=\frac{1+5\cdot 10^k}{1+2\cdot 10^k}=$ $=\frac{1+5\underbrace{00.....0}_{k-нули}}{1+2\underbrace{00.....0}_{к-нули}}=\frac{5\underbrace{00.....0}_{(k-1)-нула}1}{2\underbrace{00.....0}_{(к-1)-нула}1}$.	15 бодови
Збирот на цифрите на броителот е еднаков на 6, а збирот на цифрите на именителот е еднаков на 3. Значи и двата броја се деливи со 3, па следува дека дропката може да се скрати.	5 бодови

2. Ако во правоаголникот страните се однесуваат како $\sqrt{2}:1$, тогаш подножјата на нормалите спуштени од две спротивни темиња врз дијагоналата ја делат дијагоналата на три еднакви дела. Докажи!

Решение:

Нека $\overline{AD}=\overline{BC}=a$. Тогаш од $\overline{AB}:\overline{AD}=\sqrt{2}:1$, следува дека $\overline{AB}=\overline{DC}=a\sqrt{2}$. За дијагоналата на правоаголникот имаме: $\overline{AC}=\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{BC}^2}=\sqrt{(a\sqrt{2})^2+a^2}=\sqrt{3a^2}=a\sqrt{3}$. 	10 бодови
Од сличноста на триаголниците ΔABC и ΔBEC добиваме дека $\overline{EC}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{AC}$ Оттука $\overline{EC}=\frac{\overline{BC}^2}{\overline{AC}}$, односно $\overline{EC}=\frac{a^2}{a\sqrt{3}}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Од сличноста на триаголниците ΔADC и ΔDFA добиваме дека $\overline{FA}:\overline{AD}=\overline{AD}:\overline{AC}$, $\overline{FA}=\frac{\overline{AD}^2}{\overline{AC}}$, односно $\overline{FA}=\frac{a^2}{a\sqrt{3}}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.	10 бодови
Следствено, $\overline{FE}=\overline{AC}-\overline{FA}-\overline{EC}=a\sqrt{3}-\frac{a\sqrt{3}}{3}-\frac{a\sqrt{3}}{3}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Ова потврдува дека нормалите спуштени од две спротивни темиња врз дијагоналата навистина ја делат дијагоналата на три еднакви дела.	5 бодови

3. Докажи дека не постојат природни броеви x и y за кои важи

$$5^x=y^2+2020.$$

(Природни броеви се 0,1,2,3,...)

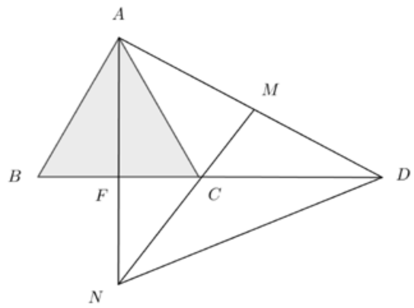
Решение:

Да претпоставиме дека постојат природни броеви x и y за кои важи $5^x=y^2+2020$. Бидејќи $5^0=1, 5^1=5, 5^2=25, 5^3=125, 5^4=625, 5^5=3125,\ldots$	5+5 бодови

заклучуваме дека $x \geq 5$.	
Бидејќи 2020 е содржател на 5 заклучуваме дека 5 е делител на $y^2 \left(= 5^x - 2020\right)$. Оттука, y е содржател на бројот 5 односно y^2 е содржател на 25.	5+5 бодови
Имаме дека 25 е делител на $5^x - y^2$ и дека 2020 е содржател на 25, што не е точно.	5 бодови

4. Даден е рамностран триаголник ΔABC. Нормалата кон страната AB спуштена од темето A ја сече правата BC во точка D. Нека M е средишна точка на $\overline{AD}$, а N е пресечна точка на правата MC со симетралата на аголот $\angle BAC$. Докажи дека $AC \perp DN$.

Решение:

Сите внатрешен агол од ΔABC е еднаков на 60°. Бидејќи ΔDAB е правоаголен и аголот кај темето B е 60°, имаме $\angle ADB = 30^\circ$  	10 бодови
Од друга страна, $\angle DAB = 90^\circ$ и $\angle BAC = 60^\circ$, па следува дека $\angle CAD = 30^\circ$	5 бодови
Значи ΔACD е рамнокрак и бидејќи $\overline{MC}$ е тежишна линија на ΔACD, $\overline{MC}$ е и висина на ΔACD. Триаголникот ΔABC е рамностран, AF е симетрала на аголот $\angle BAC$, па следува дека $\overline{AF}$ е висина во триаголникот ΔABC. Следствено, во ΔAND, NM и DF се висини, што повлекува дека ортоцентар е точката C. Висината спуштена од темето A минува низ ортоцентарот C, т.е. $AC \perp DN$.	10 бодови