

**ОПШТИНСКИ НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНИТЕ
УЧИЛИШТА 2022**

Прва година/ А група

Избери еден од понудените одговори или внеси цел ненегативен број (без мерна единица).

Следните три задачи се бодуваат со 3 поени.

1. Вредноста на алгебарскиот израз $\frac{a^3 - b^3}{a + b - \frac{ab}{a + b}} - \frac{a^3 + b^3}{a - b + \frac{ab}{a - b}}$ за $a = -3$ и $b = 2$ изнесува:

- A) -5 Б) 0 В) 5 Г) 10 Д) $\frac{1}{4}$

Одговор: Б

2. Бројот a е составен од 66 единици и 44 тројки. Кој/и од следните искази е точен:

p : Бројот a е делив со 3.

q : Бројот a е делив со 6.

r : Бројот a е прост број.

s : Бројот a не е делив со 2.

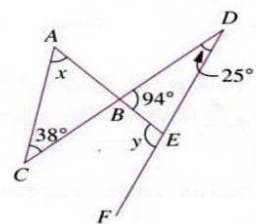
- A) Само p, q и s . Б) Само s . В) Само p и r .
Г) Само p и s . Д) Ниеден од исказите

Одговор: Г

3. Колку степени изнесува збирот на аглите означени со x и y на сликата?

(Внеси ја вредноста без знакот за степен)

Одговор: 167



Следните четири задачи се бодуваат со 4 поени.

4. Дадена е функцијата $f(x) = x + 1$. Колку изнесува вредноста на изразот

$$f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(2021)?$$

- A) 2022 Б) 2043231 В) 2041210
Г) 4 086 462 Д) ниеден од понудените одговори

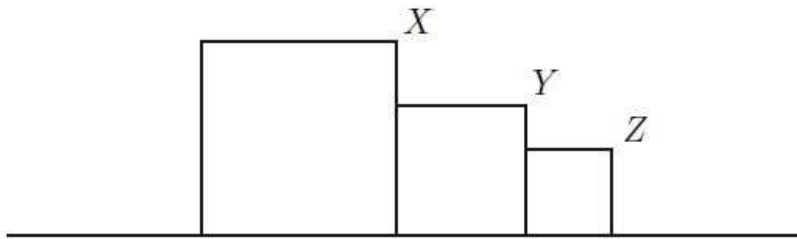
Одговор: Д

5. На табла се напишани 10 трицифрени природни броеви. Кои било два од нив имаат различна последна цифра и кои било два од нив различна претпоследна цифра. Ако S е збирот на сите 10 броеви запишани на таблата, колку изнесува збирот на последните две цифри на бројот S ?

- А) 10 Б) 9 В) 14 Г) 5 Д) 0

Одговор: В

6. Три квадрати со различна големина се поставени како на цртежот така што темињата X , Y и Z се колинеарни (лежат на иста права).



Одреди ја должината на страната на најголемиот квадрат (во сантиметри), ако должините на страните на другите два квадрати се 6cm и 4cm. (Внеси ја вредноста без единицата мерка.)

Одговор: 9

7. Дадена е функцијата $f(x) = 2px - 1$, каде што p е прост број. Кој/и од следните изкази е точен:

q : Функцијата е растечка, за секој прост број p .

r : $f(0) = p - 1$

s : За $p = 2$, точката со координати $(2022, 8087)$ лежи на графикот на функцијата.

t : Исказите q, r, s се вистинити искази.

- А) Само r, s и t . Б) Само s . В) Само q и s .
Г) Само t и s . Д) ниеден од исказите

Одговор: В

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

8. За колку различни множества $X \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ важи $X \cap \{3, 4, 5\} = \{4, 5\}$.

- А) 0 Б) 6 В) 7 Г) 8 Д) 16

Одговор: Г

9. На прашањето кој од петте ученици (Ана, Билјана, Весна, Горан и Дарко) јаде грашок добиени се следните одговори:

- 1) „Ако Горан јаде грашок, тогаш и Дарко јаде грашок.“
- 2) „Барем едно од девојчињата јаде грашок.“
- 3) „Најмногу едно од момчињата јаде грашок.“
- 4) „Ана и Горан или двајцата јадат грашок или двајцата не јадат грашок.“
- 5) „Ако Дарко не јаде грашок, тогаш не јадат ни Билјана, ни Весна.“

Секој од дадените одговори е точен. Одреди кој од следните искази е точен:

- А) „Горан јаде грашок.“
- Б) „Билјана или Весна јадат грашок.“
- В) „Ако Дарко јаде грашок, тогаш и Ана јаде грашок.“
- Г) „Ана и Билјана јадат грашок.“
- Д) „Билјана и Весна не јадат грашок.“

Одговор. Б

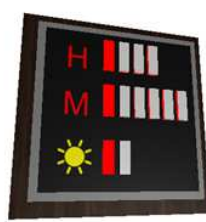
10. Јован за подарок добил часовник на кој има три реда сијалички, во првиот ред четири, во вториот ред шест и во третиот ред две сијалички. Тој знае само дека првиот ред ги покажува часовите, а вториот ред минутите. Кога било 11 часот и 59 минути претпладне, тогаш во првиот ред светеле првата, третата и четвртата сијаличка, во вториот ред светеле првата, втората, третата, петтата и шестата сијаличка, а во третиот ред светела првата сијаличка (слика 1). Од друга страна, кога било 4 часот и 4 минути попладне забележал дека светеле сијаличките кои претходно не светеле, а не светеле сијаличките кои претходно светеле (слика 2). Сијаличките светат ако се означени во црвена боја.



1)



2)



3)



4)

Одреди после колку време, од времето прикажано на слика 3), кога светат само првите сијалички во секој ред, по прв пат ќе светат само последните сијалички во секој ред како на слика 4).

- А) 15 часа 7 мин. Б) 4 часа 29 мин. В) 1 час 1 мин.
- Г) 7 часа 31 мин. Д) 3 часа 7 мин.

Одговор. Б

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

11. За еден број велиме дека е *триделив* ако има точно три делители. Колку изнесува збирот на најмалите три триделиви природни броеви?

Одговор: 38

12. Бочната плоштина на еден рамностран цилиндар (цилиндар кај кој дијаметарот на основата е еднаков на висината на цилиндарот) е $64\pi \text{ cm}^2$. Нека плоштината на цилиндарот е $x \text{ cm}^2$, а волуменот е $y \text{ cm}^3$. Притоа, мерниот број на плоштината x е $p\%$ од мерниот број на волуменот y . Колку изнесува вредноста p ?

Одговор: 75

13. Броителот на дропката од облик $\frac{a}{b}$ е за за 2 помал од нејзиниот именител. Ако броителот се намали за $\frac{1}{2}$, а именителот се зголеми за $\frac{1}{4}$, тогаш се добива дропката $\frac{10}{21}$. Колку изнесува вредноста на изразот $a+b$?

Одговор: 8

Следните четири задачи се бодуваат со 6 поени.

14. Одреди го најмалиот четирицифрен број делив со 7, кој при делење со 8, 9 и 10 дава остаток 2.

Одговор: 1442

15. Од 1000 железни блокови во форма на квадар, секој од нив со должина 15 cm и еднаква ширина и висина, со топење и повторно моделирање, изработен е еден голем железен блок во форма на квадар со должина 12 dm, ширина 1 m и висина 8 dm. Колку изнесува збирот на должината, ширината и висината (во сантиметри) на еден од помалите железни блокови? (Внеси ја вредноста без единицата мерка.)

Одговор: 31

16. Колку изнесува апсолутната вредност на збирот на коефициентите на полиномот $P(x) = (x+2)(3x-7) - (x-6)(2x-7)(x-1) - 15$ по неговото сведување во нормален вид?

Одговор: 27

17. Дадени се три паралелни прави r , s и t , така што s е меѓу r и t . Трите прави се пресечени со правите m и n , при што пресечните точки на правата m со правите r , s и t се A , B и C

соодветно, а пресечните точки на правата n со правите r , s и t се A_1 , B_1 и C_1 соодветно. Притоа, $\overline{AB} = 2x + 3$, $\overline{BC} = \frac{2y-1}{2}$, $\overline{A_1B_1} = y$ и $\overline{B_1C_1} = \frac{x+2}{2}$. Ако $x + y = 4$, одреди ја должината \overline{AB} .

Одговор: 5

Следните три задачи се бодуваат со 7 поени.

18. Производот на два двоцифрени броја е запишан само со седмици. Одреди го збирот на броевите.

Одговор: 58

19. Даден е квадрат $ABCD$ со должина на страна $4\sqrt{2}$ и во него е впишан четириаголникот $A_1B_1C_1D_1$ т.ш. A_1, B_1, C_1, D_1 се средините на страните DA, AB, BC, CD , соодветно. Плоштината на делот од впишаниот круг во квадратот $ABCD$ што се наоѓа надвор од четириаголникот $A_1B_1C_1D_1$ претстави ја во облик $x + y\pi$, каде $x, y \in \mathbb{R}$. Колку изнесува вредноста на изразот $|x + y|$?

Одговор: 8

20. Колку изнесува вредноста на изразот $a^3b + ab^3$, ако $a^4 + b^4 = 97$ и $a^2 + b^2 = 13$, за $a, b \in \mathbb{N}$?

Одговор: 78

**ОПШТИНСКИ НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД
СРЕДНИТЕ УЧИЛИШТА 2022**

Прва година/ Б група

Избери еден од понудените одговори или внеси цел ненегативен број (без мерна единица).

Следните три задачи се бодуваат со 3 поени.

1. Вредноста на алгебарскиот израз $\frac{a^3 - b^3}{a + b - \frac{ab}{a + b}} - \frac{a^3 + b^3}{a - b + \frac{ab}{a - b}}$ за $a = -3$ и $b = 2$

изнесува:

- A) -5 Б) 0 В) 5 Г) 10 Д) $\frac{1}{4}$

Одговор: Б

2. Бројот a е составен од 66 единици и 44 тројки. Кој/и од следните искази е точен:

p : Бројот a е делив со 3.

q : Бројот a е делив со 6.

r : Бројот a е прост број.

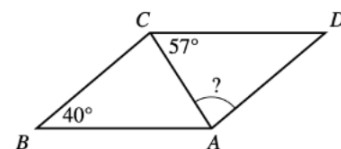
s : Бројот a не е делив со 2.

- A) Само p, q и s . Б) Само s . В) Само p и r .
Г) Само p и s . Д) Ниеден од исказите

Одговор: Г

3. Колку степени изнесува аголот означен со прашалник на сликата, ако четириаголникот $BADC$ е паралелограм?

(Внеси ја вредноста без ознаката за степен)



Одговор: 83

Следните четири задачи се бодуваат со 4 поени.

4. Дадена е функцијата $f(x) = x + 1$. Колку изнесува вредноста на изразот

$$f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(2021)?$$

А) 2022

Б) 2043231

В) 2041210

Г) 4 086 462

Д) ниеден од понудените одговори

Одговор: Д

5. На табла се напишани 10 трицифрени природни броеви. Кои било два од нив имаат различна последна цифра и кои било два од нив различна претпоследна цифра. Ако S е збирот на сите 10 броеви запишани на таблата, колку изнесува збирот на последните две цифри на бројот S ?

А) 10

Б) 9

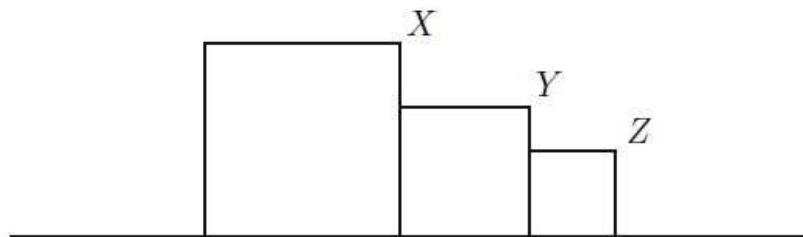
В) 14

Г) 5

Д) 0

Одговор: В

6. Три квадрати со различна големина се поставени како на цртежот така што темињата X , Y и Z се колинеарни (лежат на иста права).



Одреди ја должината на страната на најголемиот квадрат (во сантиметри), ако должините на страните на другите два квадрати се 6cm и 4cm. (Внеси ја вредноста без единицата мерка.)

Одговор: 9

7. Дадена е функцијата $f(x) = 2px - 1$, каде што p е прост број. Кој/и од следните изкази е точен:

q : Функцијата е растечка, за секој прост број p .

r : $f(0) = p - 1$

s : За $p = 2$, точката со координати $(2022, 8087)$ лежи на графикот на функцијата.

t : Исказите q, r, s се вистинити искази.

- А) Само r, s и t . Б) Само s . В) Само q и s .
Г) Само t и s . Д) ниеден од исказите

Одговор: В

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

8. Цената на една капа е цел број денари. Вкупната цена на седум капи е поголема од 930, а помала од 950 денари, а вкупната цена на единаесет капи е поголема од 1450, а помала од 1470 денари. Колку денари изнесува цената на една капа?

- А) 135 Б) 132 В) 133 Г) 134 Д) ниеден од понудените одговори

Одговор: В

9. Во едно училиште од 840 ученици, 770 ученици биле присутни на часови. Четири петтини од отсутните ученици биле оправдано отсутни. Колкав дел од учениците во училиштето биле неоправдано отсутни?

- А) $\frac{4}{5}$ Б) $\frac{1}{5}$ В) $\frac{1}{56}$ Г) $\frac{1}{15}$ Д) $\frac{1}{60}$

Одговор: Д

10. Во една златарница имало 200 златни прачки. Од секоја прачка биле излиени 11 златници (сите со еднаква големина), при што останувала мала количина на злато, така што од остатоците на 10 прачки се излива точно една нова прачка. Колку најмногу златници може да се излијат од почетните 200 прачки на овој начин?

- А) 2200 Б) 2420 В) 2442 Г) 2444 Д) 2445

Одговор: Г

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

11. За еден број велиме дека е *триделив* ако има точно три делители. Колку изнесува збирот на најмалите три триделиви природни броеви?

Одговор: 38

12. Бочната плоштина на еден рамностран цилиндар (цилиндар кај кој дијаметарот на основата е еднаков на висината на цилиндарот) е $64\pi\text{cm}^2$. Нека плоштината на цилиндарот е $x\text{cm}^2$, а волуменот е $y\text{cm}^3$. Притоа, мерниот број на плоштината x е $p\%$ од мерниот број на волуменот y . Колку изнесува вредноста p ?

Одговор: 75

13. Броителот на дробката од облик $\frac{a}{b}$ е за за 2 помал од нејзиниот именител. Ако броителот се намали за $\frac{1}{2}$, а именителот се зголеми за $\frac{1}{4}$, тогаш се добива дробката $\frac{10}{21}$. Колку изнесува вредноста на изразот $a+b$?

Одговор: 8

Следните четири задачи се бодуваат со 6 поени.

14. Одреди го најмалиот четирицифрен број делив со 7, кој при делење со 8, 9 и 10 дава остаток 2.

Одговор: 1442

15. Од 1000 железни блокови во форма на квадар, секој од нив со должина 15 cm и еднаква ширина и висина, со топење и повторно моделирање, изработен е еден голем железен блок во форма на квадар со должина 12 dm, ширина 1 m и висина 8 dm. Колку изнесува збирот на должината, ширината и висината (во сантиметри) на еден од помалите железни блокови? (Внеси ја вредноста без единицата мерка.)

Одговор: 31

16. Колку изнесува апсолутната вредност на збирот на коефициентите на полиномот $P(x) = (x+2)(3x-7) - (x-6)(2x-7)(x-1) - 15$ по неговото сведување во нормален вид?

Одговор: 27

17. Дадени се три паралелни прави r , s и t , така што s е меѓу r и t . Трите прави се пресечени со правите m и n , при што пресечните точки на правата m со правите r , s и t се A , B и C соодветно, а пресечните точки на правата n со правите r , s и t се A_1 ,

B_1 и C_1 соодветно. Притоа, $\overline{AB} = 2x + 3$, $\overline{BC} = \frac{2y-1}{2}$, $\overline{A_1B_1} = y$ и $\overline{B_1C_1} = \frac{x+2}{2}$. Ако $x + y = 4$, одреди ја должината \overline{AB} .

Одговор: 5

Следните три задачи се бодуваат со 7 поени.

18. Производот на два двоцифрени броја е запишан само со седмици. Одреди го збирот на броевите.

Одговор: 58

19. Даден е квадрат $ABCD$ со должина на страна $4\sqrt{2}$ и во него е впишан четириаголникот $A_1B_1C_1D_1$ т.ш. A_1, B_1, C_1, D_1 се средините на страните DA, AB, BC, CD , соодветно. Плоштината на делот од впишаниот круг во квадратот $ABCD$ што се наоѓа надвор од четириаголникот $A_1B_1C_1D_1$ претстави ја во облик $x + y\pi$, каде $x, y \in \mathbb{R}$. Колку изнесува вредноста на изразот $|x + y|$?

Одговор: 8

20. Ако $a^2 + b^2 = 34$ и $a + b = 8$, тогаш одреди ја вредноста на изразот $a^2b + ab^2$.

Одговор: 120

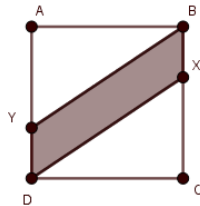
ОПШТИНСКИ НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД
СРЕДНИТЕ УЧИЛИШТА 2022

Втора година / А група

Се избира еден од понудените одговори.

Следните три задачи се бодуваат со 3 поени

1. На дадениот цртеж, $DCBA$ е квадрат со страна 10. Ако $\overline{AY} = \overline{CX} = 8$, пресметај ја плоштината на шрафираниот дел од цртежот.



- A) 20 B) 35 C) 45 D) 26 E) 30

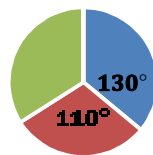
Решение. А

2. Ако $\frac{7}{8}$ од 720 е n , колку е 60% од n ?

- A) 60 B) 720 C) 96 D) 268 E) 378

Решение. Е

3. Во дадениот дијаграм со зададена легенда, кругот покажува како едно мече поминува 24 часа. Колку часови има поминато мечето во играње?

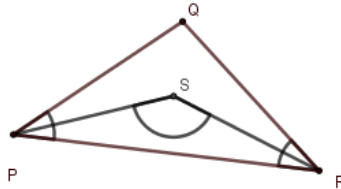


- СПИЕ ■ ЈАДЕ ■ ИГРА
- A) 4 B) 8 C) 5 D) 1 E) 7

Решение. В

Следните четири задачи се бодуваат со 4 поени

4. Даден е триаголникот PRQ за кој што важи $\angle PQR = 120^\circ$ и $\angle QPS = \angle RPS$ и $\angle QRS = \angle PRS$. Колку изнесува аголот PSR ?



- A) 130° B) 100° C) 80° D) 150° E) 110°

Решение. D

5. Ако $6x^2 + 11x - 10 = (ax + b)(cx + d)$, за a, b, c, d цели броеви, колку е $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$?

- A) 34 B) 42 C) 44 D) 50 E) 64

Решение. B

6. Алек и Бодан заедно имаат 105 години, Влатко и Алек 97 години, а Бодан и Влатко заедно имаат 92 години. Колку години има Бодан?

- A) 42 B) 46 C) 48 D) 50 E) 55

Решение. D

7. Колку е апсолутната вредност на збирот на третите степени на решенијата на равенката $x^2 - 2x + 5 = 0$?

- A) 2 B) 5 C) 12 D) 22 E) 25

Решение. D

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени

8. Ако простите броеви x, y, z такви што $x < y < z$ се решенија на системот равенки

$$\begin{cases} x + y + z = 68 \\ x \cdot y + y \cdot z + z \cdot x = 1121 \end{cases}, \text{ која е вредноста на производот } y \cdot z?$$

- A) 893 B) 919 C) 957 D) 989 E) 1003

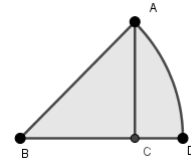
Решение. D

9. Најди го производот на сите вредности на параметарот $k, k \neq 0$, за кои квадратната равенка $kx^2 + (5k + 3)x + (6k + 5) = 0$ има единствено решение.

- A) 2 B) 5 C) 12 D) 9 E) 10

Решение. D

10. На дадениот цртеж BA и BD се радиуси на кружница со центар B . Плоштината на кружниот исечок ABD е 2π квадратни единици и претставува $\frac{1}{8}$ од плоштината на целиот круг. Најди ја плоштината на правоаголниот триаголник ABC (изразена во истите квадратни единици).



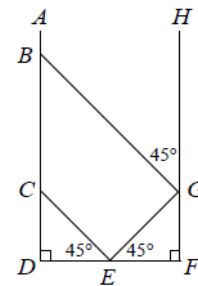
- A) 4 B) 5 C) 9 D) 8 E) 10

Решение. A

Во следните задачи се внесува бројна вредност (ненегативен цел број) без единица мерка.

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени

11. Јана се наоѓа на позицијата C на дадената скица. Таа вклучува ласер насочен кон точката E на DF . Светлото од ласерот се рефлектира од точката E кон точката G на FH , а потоа од точката G кон точката B на AD (како на цртежот). Ако $\overline{DE} = \overline{EF} = 1\text{m}$ која е должината на патот BD во метри?



Одговор. 3

12. Колку е збирот $|z|^2 + \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z$, ако $z = (2+i)(3-i) + \frac{7-i}{i-1}$?

Одговор. 14

13. На колку нули завршува производот на првите 25 природни броеви?

Одговор. 6

Следните четири задачи се бодуваат со 6 поени

14. Во една цвеќарница има 400 цвеќиња. Од нив 70% се рози. Откако се продале 8 рози и одреден број од другите цвеќиња, 85% од цвеќиња што останале во цвеќарницата биле рози. Колку цвеќиња, што не се рози, се продале?

Одговор. 72

15. Нека a и b се позитивни цели броеви такви што $a, b \leq 100\,000$ и за нив важи $\frac{a^3 - b}{a^3 + b} = \frac{b^2 - a^2}{b^2 + a^2}$. Колку такви подредени парови (a, b) има?

Одговор. 10

16. Квадратната равенка $x^2 - (10 + m)x + 10m + 1 = 0$, каде што m е цел број, има целобројни решенија p и q , и притоа p е прост број. Пресметај ја вредноста на параметарот m .

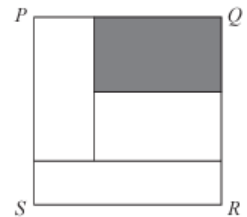
Одговор. 12

17. Најди ги сите реални броеви x и y такви што $x^2 + 2y^2 + \frac{1}{2} \leq x(2y + 1)$. Решението внеси го во облик $2 \cdot x \cdot y$.

Одговор. 1

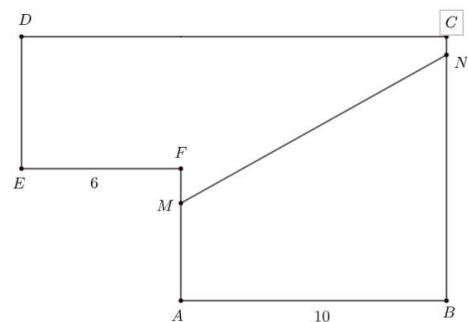
Следните три задачи се бодуваат со 7 поени

18. На дадениот цртеж, квадратот $SRQP$ има страна со должина 42 и е поделен на четири помали правоаголници. Ако овие четири правоаголници имаат еднакви периметри, пресметај ја плоштината на шрафраниот дел од цртежот.



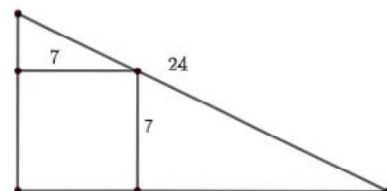
Одговор. 540

19. На цртежот е дадена фигурата $ABCDEF$ чија што плоштина е 130. За должините на страните е познато дека $\overline{AF} = \overline{DE}$, $\overline{EF} = 6$, $\overline{AB} = 10$. Ако отсечката MN ја дели фигурата на две фигури со еднакви плоштини, пресметај ја плоштината на фигурата $MNCF$.



Одговор. 10

20. Во правоаголен триаголник со хипотенуза со должина 24, впишан е квадрат со страна 7, како на сликата. Колку е плоштината на правоаголниот триаголник?



Одговор. 112

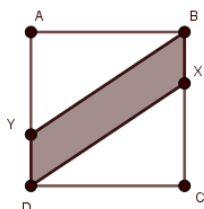
ОПШТИНСКИ НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНИТЕ
УЧИЛИШТА 2022

Втора година / Б група

Се избира еден од понудените одговори.

Следните три задачи се бодуваат со 3 поени

1. На дадениот цртеж, $DCBA$ е квадрат со страна 10. Ако $\overline{AY} = \overline{CX} = 8$, пресметај ја плоштината на шрафариониот дел од цртежот.



- A) 20 B) 35 C) 45 D) 26 E) 30

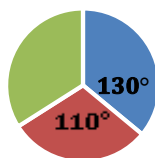
Решение. А

2. Ако $\frac{7}{8}$ од 720 е n , колку е 60% од n ?

- A) 60 B) 720 C) 96 D) 268 E) 378

Решение. Е

3. Во дадениот дијаграм со зададена легенда, кругот покажува како едно мече поминува 24 часа. Колку часови има поминато мечето во играње?



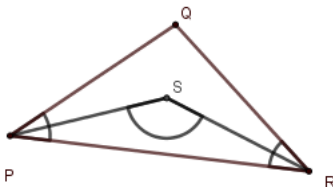
■ СПИЕ ■ ЈАДЕ ■ ИГРА

- A) 4 B) 8 C) 5 D) 1 E) 7

Решение. В

Следните четири задачи се бодуваат со 4 поени

4. Даден е триаголникот PRQ за кој што важи $\angle PQR = 120^\circ$ и $\angle QPS = \angle RPS$ и $\angle QRS = \angle PRS$. Колку изнесува аголот PSR ?



- A) 130° B) 100° C) 80° D) 150° E) 110°

Решение. D

5. Ако $6x^2 + 11x - 10 = (ax + b)(cx + d)$, за a, b, c, d цели броеви, колку е $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$?

- A) 34 B) 42 C) 44 D) 50 E) 64

Решение. B

6. Алек и Бодан заедно имаат 105 години, Влатко и Алек 97 години, а Бодан и Влатко заедно имаат 92 години. Колку години има Бодан?

- A) 42 B) 46 C) 48 D) 50 E) 55

Решение. D

7. Колку е апсолутната вредност на збирот на третите степени на решенијата на равенката $x^2 - 2x + 5 = 0$?

- A) 2 B) 5 C) 12 D) 22 E) 25

Решение. D

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени

8. Ако простите броеви x, y, z такви што $x < y < z$ се решенија на системот равенки

$$\begin{cases} x + y + z = 68 \\ x \cdot y + y \cdot z + z \cdot x = 1121 \end{cases}, \text{ која е вредноста на производот } y \cdot z ?$$

- A) 893 B) 919 C) 957 D) 989 E) 1003

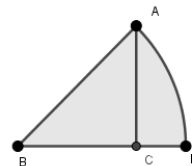
Решение. D

9. Најди го производот на сите вредности на параметарот $k, k \neq 0$, за кои квадратната равенка $kx^2 + (5k + 3)x + (6k + 5) = 0$ има единствено решение.

- A) 2 B) 5 C) 12 D) 9 E) 10

Решение. D

10. На дадениот цртеж BA и BD се радиуси на кружница со центар B . Плоштината на кружниот исечок ABD е 2π квадратни единици и претставува $\frac{1}{8}$ од плоштината на целиот круг. Најди ја плоштината на правоаголниот триаголник ABC (изразена во истите квадратни единици).



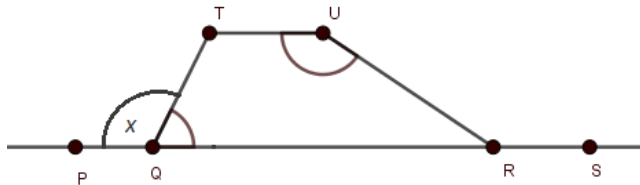
- A) 4 B) 5 C) 9 D) 8 E) 10

Решение. A

Во следните задачи се внесува бројна вредност (ненегативен цел број) без единица мерка.

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени

11. На дадениот цртеж правите TU и PS се паралелни, а точките Q и R (види цртеж) се такви што $\angle PQT = x$, $\angle RQT = x - 50^\circ$ и $\angle TUR = x + 25^\circ$. Колку е аголот URS ? (Одговорот запиши го без знакот за степен)



Одговор. 140

12. Ако за линеарната функција $f(x) = ax + b$ важат равенствата $f(-2) + f(4) = 22$ и $f(-2) - f(4) = 42$, определи колку е $a + b$.

Одговор. 11

13. На колку нули завршува производот на првите 25 природни броеви?

Одговор. 6

Следните четири задачи се бодуваат со 6 поени

14. На еден тест Марија освоила 60%, а Гордана 85% од можните поени. Ако Гордана има 10 поени повеќе од Марија, колку вкупно поени носел тестот?

Одговор. 40

15. Неколку броеви се наредени еден до друг. Почнувајќи од третиот број, секој нареден е еднаков на збирот на претходните два броја, зголемен за редниот број на местото каде што се наоѓа бројот (ако се работи за петтиот број, тој е еднаков на збирот на третиот и четвртиот и на бројот 5). Ако десеттиот број е 103 а дванаесеттиот 217, колку е четиринаесеттиот број?

Одговор. 563

16. Квадратната равенка $x^2 - (10 + m)x + 10m + 1 = 0$, каде што m е цел број, има целобројни решенија p и q , и притоа p е прост број. Пресметај ја вредноста на параметарот m .

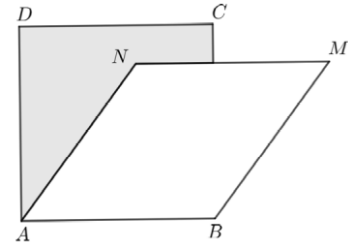
Одговор. 12

17. Најди ги сите реални броеви x и y такви што $x^2 + 2y^2 + \frac{1}{2} \leq x(2y+1)$. Решението внеси го во облик $2 \cdot x \cdot y$.

Одговор. 1

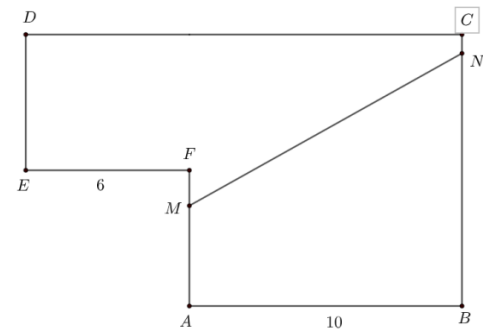
Следните три задачи се бодуваат со 7 поени

18. На сликата $ABCD$ е квадрат со плоштина 289cm^2 , а четириаголникот $ABMN$ е ромб со плоштина 255cm^2 . Колку изнесува плоштината во cm^2 на сивиот дел?
(Одговорот внеси го без мерната единица)



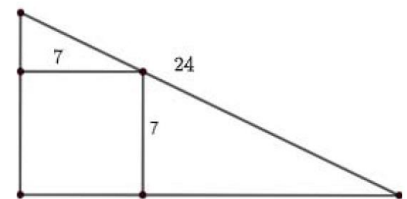
Одговор. 94

19. На цртежот е дадена фигурата $ABCDEF$ чија што плоштина е 130. За должините на страните е познато дека $\overline{AF} = \overline{DE}$, $\overline{EF} = 6$, $\overline{AB} = 10$. Ако отсечката MN ја дели фигурата на две фигури со еднакви плоштини, пресметај ја плоштината на фигурата $MNCF$.



Одговор. 10

20. Во правоаголен триаголник со хипотенуза со должина 24, впишан е квадрат со страна 7, како на сликата. Колку е плоштината на правоаголниот триаголник?



Одговор. 112

ОПШТИНСКИ НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНИТЕ
УЧИЛИШТА 2022

Трета година/А група

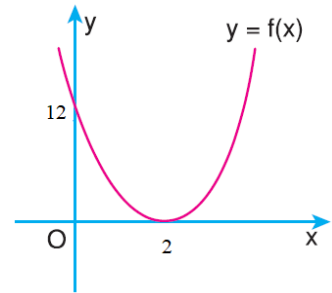
Изберете еден од понудените одговори.

Следните три задачи се бодуваат со 3 поени.

1. За параболата $y = f(x)$ дадена на цртежот, најди го $f(10)$.

- А 24 Б 192 В 240
Г 2 Д друга вредност

Одговор. Б



2. Во една кутија има 1000 топки од кои 5% се сини, а останатите се црвени. По отстранување на одреден број црвени топки од кутијата, бројот на сини топки е 10% од преостанатите топки во кутијата. Колку црвени топки останале во кутијата?

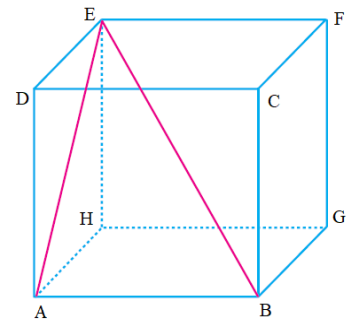
- А 900 Б 850 В 5000 Г 450 Д друга вредност

Одговор. Г

3. Дадена е коцката $ABCDEFGH$. Колку е $\sin \angle ABE$?

- А $\frac{1}{2}$ Б $\sqrt{2}$ В $\frac{1}{\sqrt{2}}$
Г $\frac{\sqrt{6}}{3}$ Д друга вредност

Одговор. Г

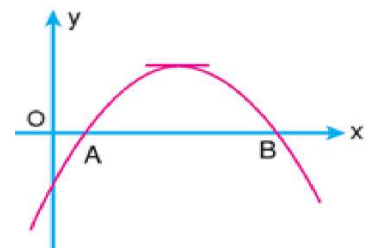


Следните четири задачи се бодуваат со 4 поени.

4. Дадена е параболата $y = -x^2 + 6x + 3m - 9$ (види цртеж), за чии точки A и B важи $5 \cdot \overline{OA} = \overline{OB}$. Одреди ја вредноста на параметарот m .

- А $\frac{2}{3}$ Б $\frac{3}{4}$ В $\frac{4}{3}$ Г $\frac{5}{2}$ Д $\frac{2}{5}$

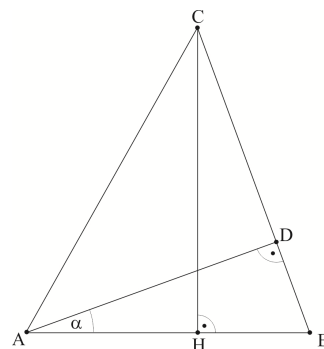
Одговор. В



5. Даден е триаголникот ABC и за него, според ознаките на цртежот, е познато дека $\overline{BH} = 10$ и $\overline{BC} = 16$. Ако $\angle DAB = \alpha$, колку изнесува $\text{ctg } \alpha$?

- А $\frac{\sqrt{39}}{5}$ Б 1 В $\frac{3}{4}$ Г $\frac{\sqrt{41}}{5}$ Д $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Одговор. А



6. Кој од дадените броеви не може да е вредност на функцијата $f(x) = x^2 - 2x + 5$?

- А 0 Б 4 В 10 Г 10^{10} Д ниту еден

Одговор. А

7. Последната цифра на бројот $4 + 5^2 + 4^3 + 5^4 + \dots + 4^{2021} + 5^{2022}$ е:

- А 0 Б 4 В 5 Г 9 Д 2

Одговор. Г

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

8. За кое од следниве множества важи неравенството $\sin x \leq \sin 3x$?

- А $\left[0, \frac{\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ Б $\left[0, \frac{\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{61\pi}{100}, \pi\right]$ В $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$
 Г $\left[0, \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{79\pi}{100}, \pi\right]$ Д $\left[0, \frac{\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{95\pi}{100}, \pi\right]$

Одговор. Д

9. Ако $5^{10x} = 4900$ и $2^{\sqrt{y}} = 25$, пресметај ја вредноста на изразот $5^{5(x-1)} \cdot 4^{\sqrt{y}}$.

- А 0 Б 14 В 5 Г 10 Д 20

Одговор. Б

10. Избрани се два броја a и b од множеството $\{1, 2, 3, \dots, 26\}$, така што производот ab е еднаков на збирот од останатите броеви од множеството. Колку изнесува $|a - b|$?

- А. 15 Б. 11 В. 9 Г. 6 Д. 1

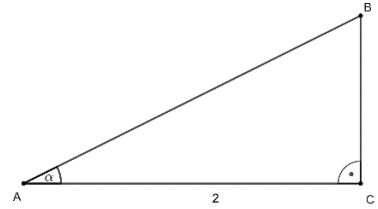
Одговор. Г

Во следните задачи внесете го решението како цел ненегативен број (без единица мерка).

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

11. Најди го периметарот на правоаголниот триаголник ABC , ако се знае дека $\overline{AC} = 2$ и $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$.

Одговор. 6



12. Ако $\frac{\sin^2 5^\circ + \sin^2 10^\circ + \dots + \sin^2 85^\circ}{\operatorname{tg} 10^\circ \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \dots \operatorname{tg} 80^\circ} = a$, најди ја вредноста на $2 \cdot a$.

Одговор. 17

13. Познато е дека важи равенството $2 - \cos^2 \alpha = 3 \sin \alpha \cos \alpha$. Да се најде вредноста $2 \operatorname{tg} \alpha$, ако се знае дека $\sin \alpha \neq \cos \alpha$, $\cos \alpha \neq 0$.

Одговор. 1

Следните четири задачи се бодуваат со 6 поени.

14. Нека $f(x) = -x^2 + bx + c$ е квадратна функција со теме во точката $(3, 2)$. Ако x_1 и x_2 се нулите на функцијата, пресметај ја вредноста на изразот $(x_1 - x_2)^2$.

Одговор. 8

15. Да се најде $\frac{24x}{\pi}$ ако за $0 < x < \frac{\pi}{2}$ важи $4 \log_{16}(\cos 2x) + 2 \log_4(\sin x) + \log_2(\cos x) + 3 = 0$.

Одговор. 1

16. Најди го збирот на сите позитивни решенија на равенката $(x^2 + 5x + 5)^{x^2 - 10x + 21} = 1$.

Одговор. 10

17. Ако A е збирот на решенијата на равенката $|\sin x - \cos x| - |\sin x + \cos x| = 1$ кои се наоѓаат на интервалот $[0, 2\pi]$, пресметај $\frac{16}{\pi} A$.

Одговор. 24

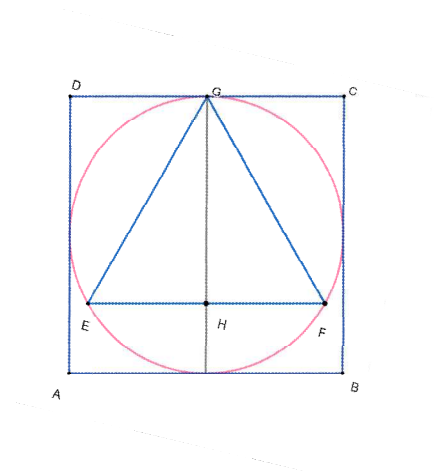
Следните три задачи се бодуваат со 7 поени.

18. Нека x , y и z се позитивни реални броеви. Најди ја најмалата вредност за изразот

$$\left(\frac{x}{y} + 2\right)\left(\frac{y}{z} + 2\right)\left(\frac{z}{x} + 2\right)$$

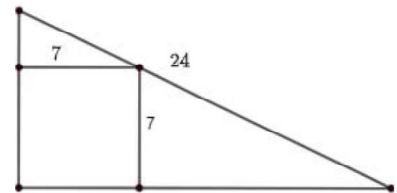
Одговор. 27

19. Во еден квадрат е впишана крушница, а во неа е впишан рамностран триаголник (цртеж). Ако P_1 е плоштината на квадратот и P_2 е плоштината на триаголникот, најди ја вредноста на $\frac{P_1}{P_2} \cdot 3\sqrt{3}$.



Одговор. 16

20. Во правоаголен триаголник со хипотенуза со должина 24, впишан е квадрат со страна 7, како на сликата. Колку е плоштината на правоаголниот триаголник?



Одговор. 112

ОПШТИНСКИ НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНИТЕ
УЧИЛИШТА 2022

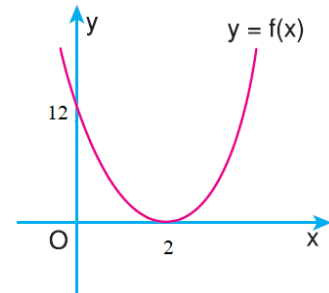
Трета година / Б група

Изберете еден од понудените одговори.

Следните три задачи се бодуваат со 3 поени.

1. За параболата $y = f(x)$ дадена на цртежот, најди го $f(10)$.

- А 24 Б 192 В 240
Г 2 Д друга вредност



Одговор. Б

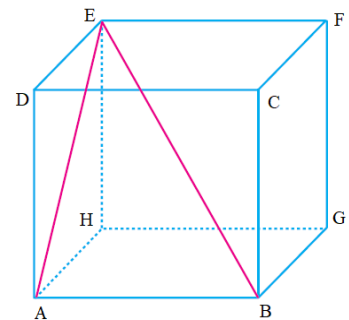
2. Во една кутија има 1000 топки од кои 5% се сини, а останатите се црвени. По отстранување на одреден број црвени топки од кутијата, бројот на сини топки е 10% од преостанатите топки во кутијата. Колку црвени топки останале во кутијата?

- А 900 Б 850 В 5000 Г 450 Д друга вредност

Одговор. Г

3. Дадена е коцката $ABCDEFGH$. Колку е $\sin \angle ABE$?

- А $\frac{1}{2}$ Б $\sqrt{2}$ В $\frac{1}{\sqrt{2}}$
Г $\frac{\sqrt{6}}{3}$ Д друга вредност

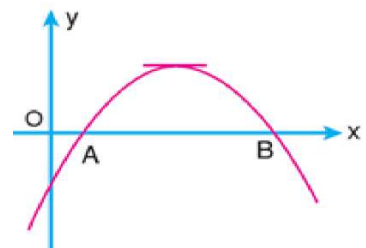


Одговор. Г

Следните четири задачи се бодуваат со 4 поени.

4. Дадена е параболата $y = -x^2 + 6x + 3m - 9$ (види цртеж), за чии точки A и B важи $5 \cdot \overline{OA} = \overline{OB}$. Одреди ја вредноста на параметарот m .

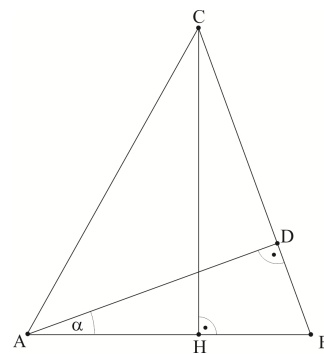
- А $\frac{2}{3}$ Б $\frac{3}{4}$ В $\frac{4}{3}$ Г $\frac{5}{2}$ Д $\frac{2}{5}$



Одговор. В

5. Даден е триаголникот ABC и за него, според ознаките на цртежот, е познато дека $\overline{BH} = 10$ и $\overline{BC} = 16$. Ако $\angle DAB = \alpha$, колку изнесува $\text{ctg } \alpha$?

- А $\frac{\sqrt{39}}{5}$ Б 1 В $\frac{3}{4}$ Г $\frac{\sqrt{41}}{5}$ Д $\frac{\sqrt{3}}{2}$



Одговор. А

6. Кој од дадените броеви не може да е вредност на функцијата $f(x) = x^2 - 2x + 5$?

- А 0 Б 4 В 10 Г 10^{10} Д ниту еден

Одговор. А

7. Последната цифра на бројот $4 + 5^2 + 4^3 + 5^4 + \dots + 4^{2021} + 5^{2022}$ е:

- А 0 Б 4 В 5 Г 9 Д 2

Одговор. Г

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

8. За кое од следниве множества важи неравенството $\sin x \leq \sin 3x$?

- А $\left[0, \frac{\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ Б $\left[0, \frac{\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{61\pi}{100}, \pi\right]$ В $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$
 Г $\left[0, \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{79\pi}{100}, \pi\right]$ Д $\left[0, \frac{\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{95\pi}{100}, \pi\right]$

Одговор. Д

9. Ако $5^{10x} = 4900$ и $2^{\sqrt{y}} = 25$, пресметај ја вредноста на изразот $5^{5(x-1)} \cdot 4^{\sqrt{y}}$.

- А 0 Б 14 В 5 Г 10 Д 20

Одговор. Б

10. Избрани се два броја a и b од множеството $\{1, 2, 3, \dots, 26\}$, така што производот ab е еднаков на збирот од останатите броеви од множеството. Колку изнесува $|a - b|$?

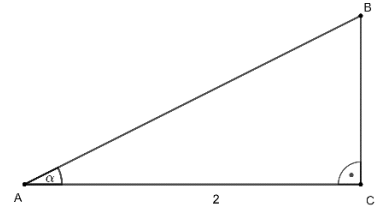
- А. 15 Б. 11 В. 9 Г. 6 Д. 1

Одговор. Г

Во следните задачи внесете го решението како цел ненегативен број (без единица мерка).

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

11. Најди го периметарот на правоаголниот триаголник ABC , ако се знае дека $\overline{AC} = 2$ и $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$.



Одговор. 6

12. Ако најголемата вредност на променливата $x \in (0, \frac{\pi}{2}]$ за која важи равенството $6 \cdot 2^{\frac{1}{\sin^2 x}} - 8 = 2^{2 \cdot \operatorname{ctg}^2 x + 2}$ е m , најди ја вредноста на $\frac{\pi}{m}$.

Одговор. 2

13. Познато е дека важи равенството $2 - \cos^2 \alpha = 3 \sin \alpha \cos \alpha$. Да се најде вредноста $2 \operatorname{tg} \alpha$, ако се знае дека $\sin \alpha \neq \cos \alpha$, $\cos \alpha \neq 0$.

Одговор. 1

Следните четири задачи се бодуваат со 6 поени.

14. Познато е дека секој жител на Логичната Земја е или тапчо или сезнајко. Тапчовците даваат секогаш неточни, а сезнајковците секогаш точни искази. Еден случаен минувач го наслушнал следниов разговор помеѓу Ане, Боро и Ване, жители на Логичната Земја:

Ане: „Боро и Ване се и двајцата тапчовци!“

Боро: „Тоа е точно.“

Колкумина од Ане, Боро и Ване се тапчовци?

Одговор. 2

15. Да се определи вредноста на изразот $5 \sin \theta - 3 \cos \theta$ ако се знае дека $3 \sin \theta + 5 \cos \theta = 5$ каде $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$.

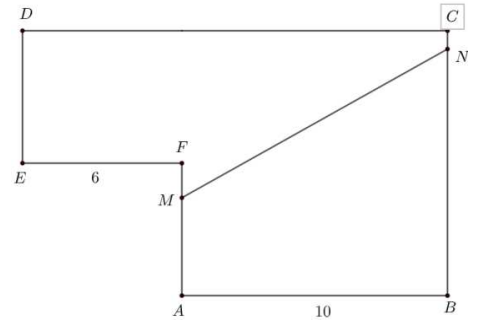
Одговор. 3

16. Нека $f(x) = -x^2 + bx + c$ е квадратна функција со теме во точката $(3, 2)$. Ако x_1 и x_2 се нулите на функцијата, пресметај ја вредноста на изразот $(x_1 - x_2)^2$.

Одговор. 8

17. На цртежот е дадена фигурата $ABCDEF$ чија што плоштина е 130. За должините на страните е познато дека $\overline{AF} = \overline{DE}$, $\overline{EF} = 6$, $\overline{AB} = 10$. Ако отсечката MN ја дели фигурата на две фигури со еднакви плоштини, одговори колкава е плоштината на фигурата $MNCF$?

Одговор. 10



Следните три задачи се бодуваат со 7 поени.

18. Одреди го збирот на сите броеви $2xy$, каде x и y се реални решенија на неравенката $x^2 + 2y^2 + \frac{1}{2} \leq x(2y+1)$.

Одговор. 1

19. Ако A е збирот на решенијата на равенката $\sin x - \cos x - |\sin x + \cos x| = 1$ кои се на интервалот $[0, 2\pi]$, пресметај $\frac{16}{\pi} A$.

Одговор. 24

20. Со 32 m жица сакате да заградите три страни на правоаголна површина (четвртата страна е сид). Која е најголемата можна плоштина која може да се загради?

(Резултатот внеси го без мерна единица)

Одговор. 128

**ОПШТИНСКИ НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД
СРЕДНИТЕ УЧИЛИШТА 2022**

Четврта година/А група

Изберете еден од понудените одговори.

Следните три задачи се бодуваат со 3 поени.

1. Ако збирот на k последователни природни броеви е 45, која е најголемата можна вредност на k ?

- A. 3 Б. 5 В. 7 Г. 9 Д. 11

Одговор. Г

2. Низата на Фибоначи започнува со броевите 1,1,2,3,5,8,13,... (после дадените први два члена 1 и 1, секој нареден член е збир од претходните два). Ако 36-от член на низата е 14 930 352 и 38-от член е 39 088 169, колку изнесува 40-от член на низата?

- A. 63 245 997 Б. 63 245 986 В. 102 334 153
Г. 102 334 154 Д. 102 334 155

Одговор. Д

3. За природен број n , со $P(n)$ го означуваме производот на цифрите на бројот n , додека со $S(n)$ збирот на цифрите на бројот n . За колку двоцифрени броеви важи $P(n) + S(n) = n$?

- A. 3 Б. 8 В. 9 Г. 13 Д. 23

Одговор. В

Следните четири задачи се бодуваат со 4 поени.

4. Колку пермутации (x_1, x_2, x_3, x_4) на множеството $\{1, 2, 3, 4\}$ го имаат својството: изразот $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + x_4x_1$ не е делив со 3?

- A. 6 Б. 8 В. 12 Г. 14 Д. 16

Одговор. Б

5. Даме си игра на три ескалатори во еден мол. Едниот од ескалаторите се движи надолу, другиот нагоре, а третиот е расипан; ескалаторите во сè останато се идентични. Ескалаторите кои одат нагоре и надолу се движат со иста брзина. Претпоставуваме дека Даме трча со константна брзина. По ескалаторот кој оди нагоре Даме се качува за 6 секунди, а по оној што оди надолу се качува за 30 секунди. За колку секунди ќе се качи по ескалаторот што не работи?

- A. 10 Б. 12 В. 14 Г. 16 Д. 18

Одговор. А

6. Во една населба, точно една петтина од вкупниот број жители се темнокоси жени, а истиот број се светлокоси мажи. Ако точно четири седмини од жените се светлокоси и притоа се знае дека жените во оваа населба се или со светла или со темна коса, кој од понудените одговори е можниот вкупен број на жители во населбата?

- A. 700 Б. 800 В. 900 Г. 1000 Д. 1100

Одговор. В

7. Познато е дека секој жител на Логичната Земја е или тапчо или сезнајко. Тапчовците даваат секогаш неточни, а сезнајковците секогаш точни искази. Еден случаен минувач го наслушнал следниов разговор помеѓу Ане, Боро и Ване, жители на Логичната Земја:

Ане: „Боро и Ване се и двајцата тапчовци!“

Боро: „Тоа е точно.“

Колкумина од Ане, Боро и Ване се тапчовци?

- A. 0 Б. 1 В. 2 Г. 3 Д. не може да се каже

Одговор. В

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

8. Познато е дека постои само еден четирицифрен број n за кој $\sqrt{3\sqrt{2\sqrt{n}}}$ е природен број. Колку изнесува збирот на цифрите на бројот n ?

- A. 17 Б. 18 В. 19 Г. 20 Д. 21

Одговор. Б

9. Нека x , y и z се природни броеви такви што:

$$x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}} = \frac{26}{21} .$$

Колку изнесува xyz ?

- А. 20 Б. 24 В. 28 Г. 32 Д. 36

Одговор. А

10. Избрани се два броја a и b од множеството $\{1, 2, 3, \dots, 26\}$, така што производот ab е еднаков на збирот од останатите броеви од множеството. Колку изнесува $|a - b|$?

- А. 15 Б. 11 В. 9 Г. 6 Д. 1

Одговор. Г

Во следните задачи внесете го одговорот (ненегативен цел број без единица мерка) или изберете го точниот одговор.

Следните 3 задачи се бодуваат со 5 поени.

11. Аритметичката средина на деветте броеви $\{9, 99, 999, \dots, 999999999\}$ е 9-цифрен број M чии цифри се различни. Која цифра не се јавува во декадниот запис на бројот M ?

Одговор. 0

12. Равенката $z^4 + z^3 + 2z^2 + 2z + 4 = 0$ има комплексен корен чии реален и имагинарен дел се еднакви. Најди го бројот кој е за 5 поголем од реалниот дел на тој корен.

Одговор. 4

13. Колку точни кубови на природни броеви се делители на бројот $3! \cdot 5! \cdot 7!$?

Одговор. 6

Следните 3 задачи се бодуваат со 6 поени.

14. На кошаркарски турнир учествувале 8 екипи и притоа секоја екипа одиграла точно по еден натпревар со секоја од останатите екипи. За победа екипите добиваат по 2 поена, за пораз 0 поени (на турнирот немало нерешен натпревар). Екипите освоиле 14, 12, 8, 8, 6, 4, 2, 2 поени, редоследно. Колку натпревари последните четири екипи на табелата имат изгубено од првите четири екипи?

Одговор. 15

15. За секој ненегативен цел број n дефинираме број $A_n = 2^{3n} + 3^{6n+2} + 5^{6n+2}$. Најдете го најголемиот заеднички делител на броевите $A_0, A_1, \dots, A_{2022}$.

Одговор. 7

16. Нека $\{F_n\}_{n=1}^{\infty}$ е низата на Фибоначи дефинирана на следниот начин: $F_1 = F_2 = 1$ и $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ за $n \geq 1$. Ако x е реален број за кој важи $x^2 = x + 1$, пресметај ја вредноста на изразот $x^{2022} - xF_{2022} - F_{2021}$.

Одговор. 0

17. Пресметај ја вредноста на изразот $\sum_{k=1}^{2022} \binom{2022}{k}^2 - \binom{4044}{2022} + 2022$

Одговор. 2021

Следните три задачи се бодуваат со 7 поени.

18. Нека a, b и c се ненегативни реални броеви, при што најмалку два од броевите се ненулта и за броевите важи $a + b + c = ab + bc + ca$. Определи ја најмалата вредност на реалниот број k така што

$$(a+b+c) \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} - k \right) \leq k.$$

Одговор. 1

19. При ротација со центар во точката M и агол α (во насока спротивна на насоката на стрелките на часовникот) точката $A(1, 2)$ се пресликува во точката $A_1(6, 5)$ додека точката $B(1, 4)$ се пресликува во точката $B_1(4, 5)$. Пресметај го збирот на координатите на точката M .

Одговор. 8

20. Нека p е цел број. Познато е дека корените на равенката $x^3 + 2px^2 - px + 10 = 0$

се три последователни членови на аритметичка прогресија. Пресметај го збирот на корените на равенката.

Одговор. 6

**ОПШТИНСКИ НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД
СРЕДНИТЕ УЧИЛИШТА 2022**

Четврта година / Б група

Изберете еден од понудените одговори.

Следните три задачи се бодуваат со 3 поени.

1. Ако збирот на k последователни природни броеви е 45, која е најголемата можна вредност на k ?

A. 3 Б. 5 В. 7 Г. 9 Д. 11

Одговор. Г

2. Низата на Фибоначи започнува со броевите 1,1,2,3,5,8,13,... (после дадените први два члена 1 и 1, секој нареден член е збир од претходните два). Ако 36-от член на низата е 14 930 352 и 38-от член е 39 088 169, колку изнесува 40-от член на низата?

A. 63 245 997 Б. 63 245 986 В. 102 334 153
Г. 102 334 154 Д. 102 334 155

Одговор. Д

3. За природен број n , со $P(n)$ го означуваме производот на цифрите на бројот n , додека со $S(n)$ збирот на цифрите на бројот n . За колку двоцифрени броеви важи $P(n) + S(n) = n$?

A. 3 Б. 8 В. 9 Г. 13 Д. 23

Одговор. В

Следните четири задачи се бодуваат со 4 поени.

4. Колку пермутации (x_1, x_2, x_3, x_4) на множеството $\{1, 2, 3, 4\}$ го имаат својството: изразот $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + x_4x_1$ не е делив со 3?

A. 6 Б. 8 В. 12 Г. 14 Д. 16

Одговор. Б

5. Даме си игра на три ескалатори во еден мол. Едниот од ескалаторите се движи надолу, другиот нагоре, а третиот е расипан; ескалаторите во сè останато се идентични. Ескалаторите кои одат нагоре и надолу се движат со иста брзина. Претпоставуваме дека Даме трча со константна брзина. По ескалаторот кој оди нагоре Даме се качува за 6 секунди, а по оној што оди надолу се качува за 30 секунди. За колку секунди ќе се качи по ескалаторот што не работи?

- A. 10 Б. 12 В. 14 Г. 16 Д. 18

Одговор. А

6. Во една населба, точно една петтина од вкупниот број жители се темнокоси жени, а истиот број се светлокоси мажи. Ако точно четири седмини од жените се светлокоси и притоа се знае дека жените во оваа населба се или со светла или со темна коса, кој од понудените одговори е можниот вкупен број на жители во населбата?

- A. 700 Б. 800 В. 900 Г. 1000 Д. 1100

Одговор. В

7. Познато е дека секој жител на Логичната Земја е или тапчо или сезнајко. Тапчовците даваат секогаш неточни, а сезнајковците секогаш точни искази. Еден случаен минувач го наслушнал следниов разговор помеѓу Ане, Боро и Ване, жители на Логичната Земја:

Ане: „Боро и Ване се и двајцата тапчовци!“

Боро: „Тоа е точно.“

Колкумина од Ане, Боро и Ване се тапчовци?

- A. 0 Б. 1 В. 2 Г. 3 Д. не може да се каже

Одговор. В

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

8. Познато е дека постои само еден четирицифрен број n за кој $\sqrt{3\sqrt{2\sqrt{n}}}$ е природен број. Колку изнесува збирот на цифрите на бројот n ?

- A. 17 Б. 18 В. 19 Г. 20 Д. 21

Одговор. Б

9. Нека x , y и z се природни броеви такви што:

$$x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}} = \frac{26}{21} .$$

Колку изнесува xyz ?

А. 20 Б. 24 В. 28 Г. 32 Д. 36

Одговор. А

10. Избрани се два броја a и b од множеството $\{1, 2, 3, \dots, 26\}$, така што производот ab е еднаков на збирот од останатите броеви од множеството. Колку изнесува $|a - b|$?

А. 15 Б. 11 В. 9 Г. 6 Д. 1

Одговор. Г

Во следните задачи внесете го одговорот (ненегативен цел број без единица мерка) или изберете го точниот одговор.

Следните 3 задачи се бодуваат со 5 поени.

11. Аритметичката средина на деветте броеви $\{9, 99, 999, \dots, 999999999\}$ е 9-цифрен број M чии цифри се различни. Која цифра не се јавува во декадниот запис на бројот M ?

Одговор. 0

12. Равенката $z^4 + z^3 + 2z^2 + 2z + 4 = 0$ има комплексен корен чии реален и имагинарен дел се еднакви. Најди го бројот кој е за 5 поголем од реалниот дел на тој корен.

Одговор. 4

13. Колку точни кубови на природни броеви се делители на бројот $3! \cdot 5! \cdot 7!$?

Одговор. Д

Следните 3 задачи се бодуваат со 6 поени.

14. На кошаркарски турнир учествувале 8 екипи и притоа секоја екипа одиграла точно по еден натпревар со секоја од останатите екипи. За победа екипите добиваат по 2 поена, за пораз 0 поени (на турнирот немало нерешен натпревар). Екипите освоиле 14, 12, 8, 8, 6, 4, 2, 2 поени, редоследно. Колку натпревари последните четири екипи на табелата имат изгубено од првите четири екипи?

Одговор. Д

15. За секој ненегативен цел број n дефинираме број $A_n = 2^{3n} + 3^{6n+2} + 5^{6n+2}$. Најдете го најголемиот заеднички делител на броевите $A_0, A_1, \dots, A_{2022}$.

Одговор. 7

16. Во секое теме на една коцка запишан е различен број од множеството $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Збирот на броевите кои се наоѓаат во темињата на сидовите на коцката е константен (ист за секој сид) и не е делив со бројот кој не е запишан во темињата на коцката. Определете го бројот кој не е запишан во ниту едно теме на коцката.

Одговор. 7

17. Нека x, y се позитивни реални броеви за кои важи $x^3 + y^3 + (x + y)^3 + 30xy = 2000$.

Пресметај ја вредноста $x + y$.

Одговор. 10

Следните три задачи се бодуваат со 7 поени.

18. Нека x, y и z се позитивни реални броеви. Најди ја најмалата вредност за изразот

$$\left(\frac{x}{y} + 2\right)\left(\frac{y}{z} + 2\right)\left(\frac{z}{x} + 2\right)$$

Одговор. 27

19. При ротација со центар во точката M и агол α (во насока спротивна на насоката на стрелките на часовникот) точката $A(1, 2)$ се пресликува во точката $A_1(6, 5)$ додека точката $B(1, 4)$ се пресликува во точката $B_1(4, 5)$. Пресметај го збирот на координатите на точката M .

Одговор. 8

20. Нека p е цел број. Познато е дека корените на равенката $x^3 + 2px^2 - px + 10 = 0$

се три последователни членови на аритметичка прогресија. Пресметај го збирот на корените на равенката.

Одговор. 6